

Софийски университет „Св. Климент Охридски“

---



Софийски университет „Св. Климент Охридски“

Физически факултет

Специалност: Ядрена техника и енергетика

**Дипломна работа**

за придобиване на ОКС „Магистър“

**Интегриране на неопределености в реакторния  
анализ**

Ани Тоскова

Факултетен № 5PH3700006

Научен ръководител: *Мария Аврамова*

проф. Мария Аврамова

София, март 2026

# 1 СЪДЪРЖАНИЕ

2	УВОД.....	3
2.1	Мотивация за изследването .....	3
2.2	Цели и задачи.....	4
2.3	Обхват и ограничения на изследването.....	4
3	ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТ.....	5
3.1	Основни модели за анализ на процеси в ядрените реактори .....	5
3.2	Чувствителност и нейната характеристика.....	9
3.2.1	Обща дефиниция.....	9
3.2.2	Линеаризация на моделната зависимост.....	10
3.2.3	Неопределеност в пресмятанятия свързани с ядрената енергетика .....	11
3.2.4	Подходи за анализ на неопределеността: детерминистични и вероятностни методи .....	16
3.3	Методи за анализ на неопределеността.....	23
3.4	Софтуерна среда и използвани инструменти .....	41
3.4.1	Преглед на <i>DAKOTA</i> : функционалности и архитектура.....	43
3.4.2	<i>CTF</i> : субканален термохидравличен модел .....	46
3.4.3	<i>CTFFuel</i> : модел на горивото и връзката му с <i>CTF</i> .....	48
3.4.4	Интеграция <i>DAKOTA</i> – <i>CTF</i> – <i>CTFFuel</i> .....	50
3.4.5	Ограничения и предпоставки на използваните модели .....	52
4	ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ЧАСТ.....	55
4.1	Анализ на неопределеността на корелацията за топлопроводността на гориво .....	55
4.2	Анализ на влиянието на степента на изгаряне върху топлопроводността на горивото.....	63
4.3	Анализ на неопределеността на топлопроводността на обвивката .....	71
4.3.1	Номинално определяне на топлопроводността на обвивката .....	72
4.3.2	Определяне на входните величини по височина на активната зона .....	73
4.3.3	Определяне на топлопроводността на обвивката .....	73
4.3.4	Определяне на топлопроводността на обвивката .....	74
4.3.5	Графичен анализ .....	74
4.3.6	Анализ на неопределеността на топлопроводността на обвивката .....	79
4.4	Съпоставка между аналитичния и статистическия подход .....	83
5	ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	84
6	ИЗПОЛЗВАНА ЛИТЕРАТУРА .....	86

## 2 УВОД

Съвременния реакторен анализ заема ключово място в проектирането, оценката на безопасността и експлоатацията на ядрените реактори. Той обединява модели като неутронно-физични, термохидравлични и метериало-научни с цел количествено описание на поведението на реакторната система при номинални, преходни и аварийни режими. Надеждността и точността на реакторния анализ са от съществено значение за взимане на инженерни и регулаторни решения, които са свързани с ядрената безопасност.

В практиката реакторният анализ е свързан с наличието на неопределености, произтичащи както от входните параметри (напр. гранични условия, ядрени константи, експлоатационни параметри), така и от използваните числови методи и физични модели. Пренебрегването или неправилното отчитане на тези неопределености може да доведе до неточна оценка на ключови реакторни характеристики и до неоптимални или консервативни решения в анализа на безопасността.

### 2.1 Мотивация за изследването

През последните десетилетия интегрирането на неопределености се утвърждава като основна част от съвременните подходи за реакторен анализ и лицензиране на ядрени съоръжения. Международни организации и регулаторни органи все по-ясно изискват количествена оценка на неопределеностите и тяхното влияние върху резултатите, особено при анализ на преходни и аварийни режими.

Мотивацията на настоящото изследване произтича от необходимостта за по-реалистично и физически обосновано описание на поведението на ядрените реактори, при което неопределеностите не се третират като вторичен фактор, а като интегрална част от анализа. По този начин се постига по-добро разбиране на чувствителността на реакторната система към смущения/флуктуации във входните данни, както и допринася за повишаване на надеждността и проследимостта на получените резултати.

Допълнителен мотив е нарастващото приложение на комбинирани неутронно-физични и термохидравлични модели при анализа на сложни преходни процеси, при което взаимодействието между различните физични области усилва ефекта на неопределеностите, както и налага систематичен и структуриран подход за тяхното оценяване.

Настоящата дипломна работа е разработена по задача 1.4: Развитие на процедури за интегриране на анализ на неопределеността с многостепенен подход за анализ на процеси,

протичащи в ядрените реактори по работен пакет №1 „МНОГОСТЕПЕНЕН ПОДХОД ЗА АНАЛИЗ НА ПРОЦЕСИ, ПРОТИЧАЩИ В ЯДРЕНИТЕ РЕАКТОРИ“

## **2.2 Цели и задачи**

Целта на настоящата дипломна работа е да се разработи и приложи процедура за интегриране на анализа на неопределеността в реакторния анализ. За тази цел трябва да се изследва влиянието на входните параметри и моделни неопределености върху основни неутронно-физични и термохидравлични величини. Тези величини трябва да се отчетат при протичането на конкретен преходен процес в ядрения реактор.

В експерименталната част на дипломната работа, целта е да се определи неопределеността, необходима за използване във формулата за топлопроводност на горивото и стената. Основният анализ е насочен към неопределеността на формулата за топлопроводност на ядреното гориво.

## **2.3 Обхват и ограничения на изследването**

Настоящото изследване е фокусирано върху интегрирането на анализа на неопределеността в рамките на детерминистичен реакторен анализ, основан на съвременни неутронно-физични и термохидравлични модели. За целта се разглеждат основни входни неопределености – параметрични и моделни. Те оказват съществено влияние върху изчисляваните реакторни величини при анализ на преходни процеси.

В рамките на изследването основният акцент е поставен върху оценката на неопределеността, свързана със зависимостта за топлопроводност на ядреното гориво, както и нейното влияние върху резултатите от изчисленията.

Ограниченията на изследването са свързани с използваните модели и допускания, както и с избора на входни параметри и техните разпределения. Анализът е ограничен до разглежданата изчислителна постановка и не обхваща всички възможни източници на неопределеност в реакторния анализ.

## **3 ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТ**

### **3.1 Основни модели за анализ на процеси в ядрените реактори**

Анализът на процесите в ядрените реактори се основава на използването на математически и физични модели, които описват поведението на реакторната система при различни режими на работа. Реалното поведение на реактора се определя от взаимодействието между неутронно-физични, термохидравлични и топлопроводни процеси, протичащи в различни пространствени и времеви мащаби. Поради високата сложност на тези процеси, в инженерната практика се използват опростени модели, които позволяват ефективно числено решение, но въвеждат параметрични и моделни неопределености [1,2].

#### **3.1.1. Общ преглед на процесите в ядрените реактори**

Ядреният реактор представлява мултифизична инженерна система, в която протичат няколко основни групи физични процеси. Основният източник на енергия е самоподдържаща верижна ядрена реакция на делене, която се описва чрез неутронно-физичните модели и определя разпределението на неутронния поток и реакторната мощност. Отделената в горивото топлина се отвежда чрез термохидравличните процеси, които определят движението и термодинамичното състояние на охлаждащата среда. Температурното поведение на горивото и обвивката се определя от процесите на топлопроводимост, които оказват съществено влияние върху неутронно-физичните характеристики чрез температурни обратни връзки [3,4].

Промените в неутронния поток и мощността водят до изменения в температурите на горивото и охлаждащата среда, което влияе върху реактивността. Освен това отделните процеси се характеризират с различни времеви мащаби – от бързата неутронна динамика до по-бавните термохидравлични преходи, което значително усложнява тяхното съвместно моделиране, особено при анализ на преходни режими [2,5].

#### **3.1.2. Неутронно-физични модели**

Неутронно-физичните модели описват поведението на неутронното поле в активната зона и формират основата за оценка на реакторната мощност, реактивност и критичност. Теоретично най-пълното описание се осигурява от уравнението на неутронния пренос, което отчита пространственото, енергийното и ъгловото разпределение на неутроните. Поради високата изчислителна сложност на неутронното балансно уравнение, за повечето експлоатационни и инженерни задачи се използват опростени модели, базирани на дифузионното приближение и многогруповия подход [3].

При динамични анализи и изследване на преходни режими се използват модели на точкова реакторна кинетика, които описват времето поведение на мощността чрез усреднени параметри. Тези модели позволяват ефективни пресмятания, но пренебрегват пространствените ефекти и въвеждат допълнителна моделна неопределеност, особено при локални въздействия и силни нестационарни режими [3,6].

### **3.1.3. Модели на реакторната кинетика и динамика**

Моделите на реакторната кинетика и динамика описват времето изменение на реакторната мощност под въздействие на промени в реактивността, като отчитат ролята на забавените неутрони. Забавените или закъсняващи неутрони ефективно удължават средното време на живот на неутроните и с това създават условия за контролиране и управление на верижния процес. Те са ключов инструмент при анализа на управление, стабилност и безопасност на реактора. Точността на моделите на реакторната кинетика и динамика зависи от редица кинетични параметри, чиито стойности са известни с определена неопределеност, което оказва съществено влияние върху предсказаното динамично поведение [3,6].

### **3.1.4. Термохидравлични модели**

Термохидравличните модели описват преноса на топлина, топлинния баланс и разхода на топлоносителя в активната зона и охлаждащата система. В инженерната практика се използват едномерни системни и субканални модели, които позволяват изчисляване на температури, дебита и налягания. За описание на сложни явления като топлообмен и кипене се използват емпирични корелации, чиято валидност е ограничена до определен диапазон на параметрите. Това от своя страна ги превръща в съществен източник на параметрични и моделни неопределености в реакторните пресмятания. В практическите термохидравлични програми изборът на конкретни корелации за топлообмен и кипене може да доведе до значителни разлики в предсказаните температури и топлинни потоци. Това налага систематично изследване на чувствителността на резултатите спрямо избраните модели и параметри [1,7].

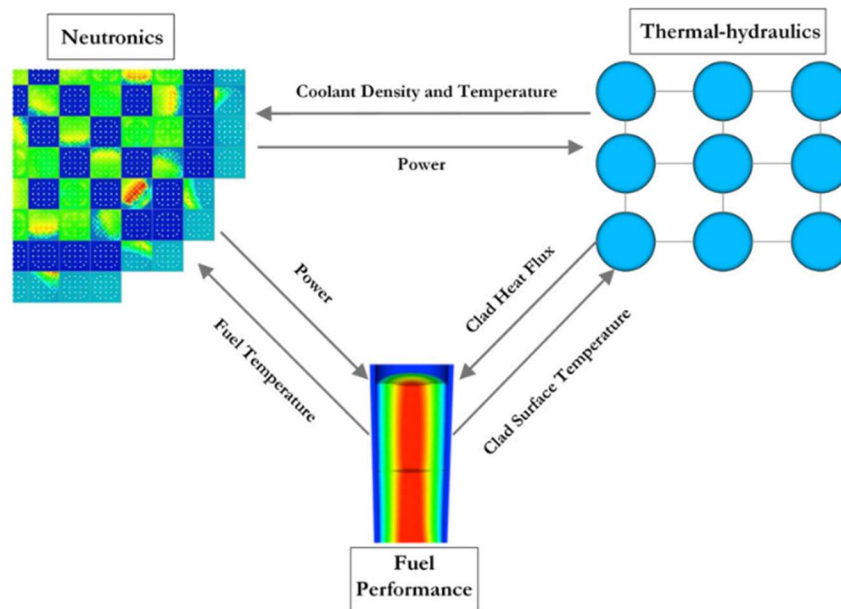
### **3.1.5. Модели на горивото и топлопроводност**

Моделите на горивото описват температурното разпределение в горивната таблетка и обвивката, както и взаимодействието между тях. Температурата на горивото оказва пряко влияние върху неутронно-физичните характеристики чрез доплеровия ефект, което създава силна обратна връзка между неутронно-физичните и горивни процеси. Неопределеностите в материалните свойства и геометричните параметри на горивото се пренасят директно в

неопределеностите на реакторните величини. При преходни режими неопределеностите в топлопроводността на горивото и контактното съпротивление между таблетката и обвивката могат да доведат до съществени разлики в максималните температури на горивото, което има рязко значение за безопасността [4,6].

### 3.1.6 Взаимодействие между моделите и ограниченията

Взаимодействието между неутронно-физичните, термохидравличните и горивните модели води до наличие на силни нелинейни обратни връзки. Начинът, по който тези модели са свързани, оказва пряко влияние върху точността и стабилността на резултатите. Поради това анализът на процесите в ядрените реактори не може да бъде разглеждан като съвкупност от независими задачи, а изисква интегриран подход, основан на многофизични и многостепенни пресмятания [2,5].



Фиг.1 Схематично представяне на взаимодействието между неутронно-физичните, термохидравличните и горивните модели

### 3.1.7. Многостепенни (*multi-level*) и многофизични (*multi-physics*) пресмятания

Физичната необходимост от многофизично моделиране произтича от самата природа на реакторните процеси. Пространственото разпределение на неутронния поток определя локалното енергоотделяне в горивото, което служи като източник на топлина за термохидравличните процеси. Получените температурни и плътностни полета на охлаждащата среда и горивото влияят обратно върху неутронните характеристики чрез

изменения в микроскопичните и макроскопичните сечения. Тази взаимосвързаност между неутронно-физичните и термохидравличните процеси е фундаментална характеристика на реакторната система и е подробно разгледана както в класически трудове, така и в съвременните мултифизични анализи [2,4,6].

Както е установено в теорията на реакторната динамика, измененията в реакторната мощност водят до изменения в температурните полета, които оказват влияние върху реактивността чрез доплеров и забавител ефекти, и съответстващите температурни коефициенти. Тези механизми на обратна връзка са от ключово значение при анализа на преходни режими и представляват една от основните причини за необходимост от мултифизичен подход [4,6]. Пренебрегването на подобни взаимодействия би довело до неконсистентност между моделите и до систематични отклонения в предсказаното поведение на реактора.

Мултифизичните пресмятания се реализират чрез свързване на отделни физични модели, което поражда въпроса за стратегиите на тяхното взаимодействие. В практиката се прилагат различни *coupling* (*свързващи*) схеми, които могат да бъдат класифицирани като слабо свързване (*loose coupling*) или тясно свързване (*tight coupling*). При слабо свързване отделните физични задачи се решават последователно, като обменът на информация се извършва дискретно между времевите стъпки. Този подход позволява висока изчислителна ефективност и гъвкавост при комбиниране на специализирани програми/кодове, поради което намира широко приложение в инженерната практика [2,5].

При тясно свързване уравненията на различните физични домейни/области се решават съвместно или чрез вътрешни итерации до постигане на консистентност/последователност на решенията в рамките на всяка времева стъпка. Този подход осигурява по-висока физична последователност и по-добро отчитане на нелинейните обратни връзки, но е свързан със значително по-високи изчислителни изисквания. Както се подчертава в изследванията на мултифизичното моделиране, изборът на *coupling/свързваща* стратегия оказва влияние върху точността, стабилността и чувствителността на изчислителните резултати [5].

Наред с мултифизичната структура на реакторния анализ, характерна особеност на съвременните изчислителни схеми е тяхната многостепенна (*multi-level*) организация. Физичните процеси в активната зона се проявяват на различни пространствени мащаби, което налага използването на модели с различна степен на детайлност. В инженерната практика реакторната система се представя чрез йерархия от модели, включваща нива като горивен елемент (*pin-level*), горивна касета (*assembly-level*) и активна зона (*core-level*) [3,6].

Многостепенният подход представлява компромис между физична достоверност и изчислителна ефективност. Моделите на по-ниско ниво позволяват описание на локални ефекти и пространствени градиенти/разпределения, докато моделите на по-високо ниво осигуряват глобално представяне на реакторната система. Преминаването между тези нива обаче изисква прилагане на процедури на усредняване и хомогенизация, които представляват съществен източник на моделна неопределеност [3,6].

Комбинирането на мултифизични и многостепенни модели води до сложна структура на разпространение на неопределеностите. Неопределености, свързани с входни параметри, физични корелации или числени логаритми, могат да се предават между различни модели чрез обменните величини. В частност, неопределености в термохидравличните параметри могат да доведат до изменения в температурните полета, което оказва влияние върху неутронните характеристики и реактивността на системата [2,4].

Съвременните методи за анализ на безопасността, базирани на концепцията *Best Estimate Plus Uncertainty (BEPU)/най-добра оценка плюс неопределености*, подчертават необходимостта от систематично отчитане на неопределеностите в рамките на мултифизичните пресмятания. Това се дължи на факта, че нелинейните обратни връзки между физичните процеси могат да усилват ефекта на параметричните вариации и да доведат до съществени изменения в предсказаните величини [1,7]. Следователно, мултифизичните изчислителни схеми не могат да бъдат разглеждани независимо от анализа на неопределеността.

## 3.2 Чувствителност и нейната характеристика

### 3.2.1 Обща дефиниция

Количественият анализ на сложни инженерни системи, включително мултифизичните модели в реакторната физика и термохидравликата, изисква ясно дефиниране и последователно разграничаване на понятията чувствителност и неопределеност. Макар и тясно свързани, тези концепции описват различни аспекти на математическите модели и изпълняват различни функции при оценката на достоверността на изчислителните резултати.

В най-общ вид чувствителността характеризира изменението на изходна величина  $R$  при вариации на входните параметри  $\alpha_i$ , участващи в математическото описание на системата. Нека разглеждаме моделна зависимост от вида:

$$R = R(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k),$$

където представляват параметри, входни данни или моделни коефициенти. Локалната (диференциална) чувствителност спрямо параметъра се дефинира като първата производна на response величината:

$$S_i = \frac{\partial R}{\partial \alpha_i}.$$

Тази величина описва първопорядъчната реакция на модела към малки изменения на параметрите и представлява фундаментална характеристика на параметричната структура на задачата. В инженерната практика особено значение има нормализираната (безразмерна) чувствителност, позволяваща сравнение между параметри с различна размерност:

$$\tilde{S}_i = \frac{\alpha_i}{R} \frac{\partial R}{\partial \alpha_i}.$$

Нормализираните чувствителности имат пряка физична интерпретация и се използват широко при ранкинг на параметри, оптимизация на експериментални програми и анализ на доминиращи механизми в сложни системи [8].

В рамките на формалната теория на чувствителностния анализ чувствителността е присъщо свойство на модела и не предполага непременно наличие на неопределености. Тя характеризира детерминистичната зависимост между входове и изходи. При анализа на сложни системи особено ефективни са спрегнатите методи, при които чувствителностите се определят чрез решаване на спрегната (*adjoint*) задача. Този подход позволява значително редуциране на изчислителните разходи при голям брой параметри и ограничен брой response/резултатни величини [8].

### 3.2.2 Линеаризация на моделната зависимост

Теоретичната основа на повечето методи за анализ на неопределеностите се базира на първопорядъчно разлагане на response функцията. При малки вариации на параметрите  $\delta\alpha_i$  изменението на (*response*) реакцията може да бъде апроксимирано чрез разлагане на Тейлър:

$$\delta R = \frac{\partial R}{\partial \alpha_i} \delta \alpha_i$$

Това приближение представлява линейна локална апроксимация на модела и формира математическата основа на методите за разпространение на моментите (*propagation of moments*) [8].

### 3.2.3 Неопределеност в пресмятанията свързани с ядрената енергетика

Всяко числено моделиране на физични процеси е неизбежно свързано с наличието на неопределености, които ограничават точността и предсказуемостта на изчислителните резултати. В контекста на реакторния анализ неопределеностите придобиват особено значение, тъй като изчисляваните величини често са пряко свързани с безопасността, експлоатационните граници и лицензионните критерии. Съвременните методологии за анализ на безопасността, включително концепцията *Best Estimate Plus Uncertainty (BEPU)*, изискват систематично идентифициране, класифициране и количествено оценяване на неопределеностите, присъстващи в реакторните пресмятания [1,7].

Неопределеността в ядрените изчисления представлява мярка за степента на недостоварност или вариатност на изчисляваните величини, произтичаща от непълното познание на входните данни, физичните модели и числените методи. Формално, ако разглежданата изходна величина  $R$  е функция на набор от входни параметри  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,

$$R = R(\mathbf{x}),$$

то неопределеностите във входните параметри водят до неопределеност в резултата  $R$ . В общия случай тази зависимост е нелинейна, което усложнява анализа на разпространението на неопределеността [6].

#### Класификация на неопределеностите

В литературата и регулаторната практика неопределеностите в реакторния анализ обикновено се класифицират в три основни категории: параметрични неопределености, моделни неопределености и числени неопределености [1,2,6]. Следва да се прави разграничение между понятието грешка (*error*) и неопределеност (*uncertainty*). Грешката представлява отклонение между численото/измерено и точното/приетото истинско решение (*accuracy*), докато неопределеността отразява непълното познание за входните параметри или моделите, което включва приближена или неизвестна информация. Прецизността (*precision*) е мярка колко добре даден резултат може да бъде получен независимо от истинското значение. В реакторния анализ тези понятия са концептуално различни, макар че на практика често взаимодействат [6].

#### Параметрични неопределености

Параметричните неопределености произтичат от ограничената точност на входните данни, използвани в изчислителните модели. В реакторния анализ това включва ядрени

данни, термофизични свойства, геометрични параметри, начални и гранични условия. Ядрените константи, като микроскопични сечения и параметри на деленето, са резултат от експериментални измервания и теоретични оценки, поради което са известни с определена статистическа неопределеност [6].

Аналогично, експлоатационните параметри - дебети, налягания, температури - са обект на измервателни грешки и вариации. Параметричните неопределености обикновено се асоциират с алеаторна/случайна природа, тъй като отразяват присъщата вариабилност/променливост или статистическа неопределеност на входните данни. За разлика от тях, моделните неопределености се разглеждат като епистемични, тъй като произтичат от ограниченото познание и използваните физични приближения [1,6].

### **Моделни неопределености**

Моделните неопределености са свързани с приближенията и хипотезите, заложи в физичните модели. В реакторната неутроника това включва използването на дифузионното приближение, многогрупови представяния и процедури на хомогенизация [3,6]. В термохидравликата съществен източник на моделна неопределеност представляват емпиричните корелации за топлообмен, кипене и критични режими [4].

Тези неопределености са по своята същност епистемични, тъй като произтичат от ограниченото познание за реалните физични процеси и необходимостта от редуцирани описания. Те се определят по време на валидационния/утвърждаващия процес на програмите/кодове.

### **Числени неопределености**

Числените неопределености възникват вследствие на дискретизацията на управляващите уравнения и използваните числени алгоритми. Пространствената и времевата дискретизация, итерационните методи и критериите за сходимост представляват потенциален източник на отклонения между численото и аналитичното решение [6]. Макар тези грешки често да се разглеждат отделно от физичните неопределености, в сложни мултифизични постановки тяхното влияние може да бъде значимо. Обичайният подход е да се намалят до незначителност по време на верификационния/проверовъчния процес на програмите/кодове.

### **Неопределености, свързани с ядрените данни**

Ядрените данни представляват фундаментален вход за неутронно-физичните модели. Неопределеностите в микроскопичните сечения, спектралните характеристики и

параметрите на деленето, константи на разпадане, и кинетични параметри се пренасят директно в изчисляваните величини, като коефициенти на реактивност, неутронен поток и мощност [6]. Поради нелинейния характер на реакторните уравнения, малки вариации в сеченията могат да доведат до непропорционални изменения в резултатите. Освен това тези неопределености са оценени чрез отделни експерименти и теоретични модели които не са представителни за активните зони на ядрените реактори. Това изисква корекция и асимилация на двете - средните стойности на величините и свързаните неопределености.

### Неопределености в термохидравличните модели

Термохидравличните модели разчитат на полу-емпирични зависимости за описание на топлообмен, хидродинамика и фазови преходи. Както е подробно разгледано в термохидравличните основи, корелациите за коефициенти на топлообмен и критични режими имат ограничени диапазони на валидност и статистически грешки [4]. Следователно те представляват съществен източник на моделна неопределеност, особено при анализ на безопасно значими величини като *DNBR* или критичен топлинен поток.

### Разпространение на неопределеността

Нека разглежданата изходна величина представлява реакторна характеристика, например максимална температура на горивото, реактивност или *DNBR*. При малки вариации на входните параметри, изменението на резултата може да бъде апроксимирано чрез първия член от реда на Тейлър за n-мерно координатно пространство:

$$\delta R \approx \sum_{i=1}^n \frac{\partial R}{\partial x_i} \delta x_i,$$

където частните производни  $\frac{\partial R}{\partial x_i}$  представляват коефициенти на чувствителност, характеризиращи влиянието на съответния входен параметър върху разглежданата изходна величина [6].

При допускане за статистическа независимост на входните параметри дисперсията на резултата може да бъде оценена чрез:

$$\sigma_R^2 \approx \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial R}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2.$$

и е валидна само ако има корелации.

Тези изрази показват, че величината на неопределеността в резултата зависи както от амплитудата на входните вариации, така и от чувствителността на системата спрямо съответните параметри [6]. В рамките на реакторния анализ тази зависимост има ясна физична интерпретация. Неопределености в термохидравличните параметри, като коефициенти на топлообмен, масов дебит или термофизични свойства на охлаждащата среда, могат да доведат до изменения в температурните полета на горивото и обвивката. Получените вариации в температурата на горивото влияят обратно върху неутронно-физичните характеристики чрез температурната зависимост на микроскопичните сечения и доплеровия ефект. Този механизъм илюстрира процеса на пренасяне на неопределености между различните физични домейни в рамките на многофизичните модели [2,4].

Подобни ефекти са особено важни при анализ на значими величини на безопасността, при които вариациите в температурните полета могат да определят достигането на термични ограничения или експлоатационни граници. Следва да се подчертае, че при силно нелинейни зависимости между входните параметри и изходните величини линейните приближения губят валидност, което налага използването на по-обща вероятностни методи за анализ на неопределеността [1,7].

### **Особености при мултифизични модели**

При многофизични постановки неопределеностите не действат независимо, а се предават между различните физични домейни чрез обменяните величини. Неопределености в термохидравличните параметри могат да изменят температурните полета, което влияе върху неутронните характеристики и реактивността [2,4]. Подобни взаимодействия представляват характерна особеност на *coupled/свързани* анализите и усложняват интерпретацията на резултатите. Представеният анализ показва, че количественото описание на неопределеностите е неразривно свързано с понятието чувствителност, което характеризира реакцията на системата спрямо вариации във входните параметри. Поради това в следващия раздел се въвеждат основните понятия и математически формализъм, необходими за анализа на чувствителност и неопределеност.

### **Неопределеност**

Неопределеността отразява ограниченото знание относно стойностите на параметрите, входните данни или самия модел. В инженерните и физичните приложения неопределеностите могат да бъдат класифицирани като:

- параметрични неопределености;
- моделни неопределености;
- числени неопределености;

- алеаторни (стохастични) неопределености;
- епистемични неопределености.

Във формалната постановка параметрите  $\alpha_i$  се третираат като случайни величини, а response величината  $R$  става случайна функция от тях. Основна задача на неопределеностния анализ е определянето на статистическите характеристики на response величините, като математическо очакване и дисперсия [1].

Използвайки линейната апроксимация, дисперсията на *response* величината може да бъде оценена чрез:

$$var(R) \approx \sum_i \left( \frac{\partial R}{\partial \alpha_i} \right)^2 var(\alpha_i) + 2 \sum_{i < j} \frac{\partial R}{\partial \alpha_i} \frac{\partial R}{\partial \alpha_j} cov(\alpha_i, \alpha_j).$$

Това уравнение показва фундаменталната връзка между чувствителностите и неопределеностите и представлява централна зависимост в теорията на *propagation of errors/разпространение на грешки* [8].

В компактна матрична форма зависимостта може да бъде записана като:

$$var(R) = S^T C S,$$

където  $S$  е векторът на чувствителностите, а  $C$  – ковариационната матрица на параметрите.

### Относителна неопределеност

В инженерните приложения често се използват безразмерни мерки за неопределеност, като относителната (fractional) неопределеност:

$$\frac{\sigma_R}{R}, \sigma_R = \sqrt{var(R)}.$$

При първопорядъчна апроксимация относителната неопределеност може да бъде изразена чрез нормализирани чувствителности:

$$\left( \frac{\sigma_R}{R} \right)^2 \approx \sum_i \tilde{S}_i^2 \left( \frac{\sigma_{\alpha_i}}{\alpha_i} \right)^2.$$

### Вероятностно описание

Вероятностното описание на параметрите представлява естествен механизъм за формализиране на неопределеността. Вместо единични стойности, параметрите се описват чрез вероятностни разпределения и статистически моменти:

$$E(X), var(X), \sigma_X.$$

Този подход позволява систематично третиране на вариабилността и зависимостите между параметрите [8], [9].

### Доверителни интервали

Резултатите от неопределеностен анализ се представят чрез доверителни интервали, които отразяват диапазона от вероятни стойности на *response* величините. За нормално разпределени величини:

$$CI = \mu \pm k\sigma.$$

При статистически извадки доверителният интервал се определя чрез стандартната грешка:

$$CI = \bar{R} \pm k \frac{\sigma}{\sqrt{N}},$$

където  $N$  е броят на реализациите [2].

В експерименталната и инженерната практика всяка измерена или изчислена величина следва да бъде представена заедно с оценка на неопределеността:

$$R = R_0 \pm \Delta R,$$

като закръглянето на резултатите трябва да бъде съгласувано с мащаба на неопределеността [8], [9].

### 3.2.4 Подходи за анализ на неопределеността: детерминистични и вероятностни методи

Анализът на неопределеността (*Uncertainty Analysis, UA*) представлява съществен елемент от съвременното инженерно моделиране и има за цел количествено определяне на влиянието на неопределеностите на входните параметри върху изходните величини на математическите модели. В контекста на сложни физични и инженерни системи, каквито са моделите в реакторната физика и термохидравликата, неопределеностите са неизбежна

характеристика на описанието на реалните процеси и следва да бъдат систематично анализирани.

Неопределеностите в инженерните модели могат да произтичат от различни източници, включително неточности в входните данни, ограничено познание за физичните параметри, приближения в математическите модели, както и числени апроксимации. Тези фактори водят до вариабилност на *response* величините, която е трудно да бъде адекватно оценена чрез единично детерминистично решение.

В общия случай анализът на неопределеността цели да отговори на следните фундаментални въпроси:

- как входните неопределености се пренасят към изходните величини;
- кои параметри доминират вариабилността на резултатите;
- каква е степента на доверие в числените предсказания;
- как неопределеностите влияят върху инженерните критерии и безопасностните оценки.

В зависимост от начина на математическо третиране на неопределеностите и методите за оценка на *response* величините, подходите за *UA* традиционно се класифицират в две основни групи: детерминистични и вероятностни (стохастични) методи [8].

Тази класификация отразява фундаментално различни стратегии за представяне на неопределеностите и извеждане на статистическите характеристики на резултатите. Детерминистичните подходи се основават на локалната или глобалната чувствителност на *response* величините спрямо параметрите на модела, докато вероятностните методи третират неопределените параметри като случайни величини и оценяват поведението на системата чрез статистически ансамбли от реализации.

Изборът между тези два класа методи не е универсален, а зависи от характеристиките на разглеждания модел, включително неговата нелинейност, броя неопределени параметри, изчислителната сложност и целите на анализа. В практиката често се прилагат комбинирани стратегии, които съчетават предимствата на двата подхода.

### **Детерминистични методи за анализ на неопределеността**

Детерминистичните методи за анализ на неопределеността се основават на функционалната зависимост между *response* величините и входните параметри на математическия модел. В рамките на този подход неопределеностите се разглеждат чрез вариации на параметрите около номиналното състояние, като влиянието им върху *response* величините се оценява посредством чувствителностни коефициенти.

Основната концептуална постановка на детерминистичния анализ е, че изменението на *response* величините може да бъде оценено чрез локалната структура на модела, без необходимост от директно вероятностно третиране на извадки. Този клас методи е особено ефективен при задачи с голям брой входни параметри и сравнително ограничен набор от ключови *response* величини.

- **Линеаризация на *response* функцията**

Нека *response* величината зависи от вектор от параметри :

$$R = R(\alpha).$$

При достатъчно малки вариации на параметрите изменението на *response* величината може да бъде апроксимирано чрез първопорядъчно разлагане на Тейлър около базовото състояние [8]:

$$\delta R \approx \sum_{i=1}^k \frac{\partial R}{\partial \alpha_i} \delta \alpha_i.$$

Тази зависимост представлява локална линейна апроксимация на *response* функцията и формира математическата основа на първопорядъчните методи за *propagation of moments*. Физичната интерпретация на това приближение е, че влиянието на неопределеностите се определя от локалните производни на *response* величината спрямо параметрите.

- **Разпространение на дисперсията**

Използвайки първопорядъчната линеаризация на *response* функцията, статистическите характеристики на изходната величина могат да бъдат оценени чрез теорията за разпространение на статистическите моменти (*propagation of moments*). Основната идея на този подход е, че вариацията на *response* величината, породена от неопределеностите на входните параметри, може да бъде представена чрез локалната чувствителност на модела.

В рамките на тази постановка входните параметри се третират като случайни величини с известни статистически характеристики, а *response* величината се разглежда като функция от тях. При допускане за достатъчно малки вариации и гладкост на (*response*) функцията на реакция, дисперсията на *response* величината се изразява чрез [8]:

$$\text{var}(R) \approx \sum_i \left( \frac{\partial R}{\partial \alpha_i} \right)^2 \text{var}(\alpha_i) + 2 \sum_{i < j} \frac{\partial R}{\partial \alpha_i} \frac{\partial R}{\partial \alpha_j} \text{cov}(\alpha_i, \alpha_j).$$

Тази зависимост показва, че неопределеността на *response* величината се определя от два основни фактора:

- чувствителността на *response* величината спрямо входните параметри;
- статистическата вариабилност и взаимна зависимост на параметрите.

Първият член описва индивидуалния принос на неопределеността на всеки параметър, претеглен с квадрата на съответната чувствителност. Вторият член отчита ефекта на корелациите между параметрите, който може да доведе до усилване или компенсиране на вариациите.

В компактна матрична форма зависимостта може да бъде записана като:

$$\text{var}(R) = S^T C S,$$

където  $S$  е векторът на чувствителностите, а  $C$  – ковариационната матрица на входните параметри.

- **Чувствителностни коефициенти**

Локалната чувствителност на *response* величината  $R$  спрямо входния параметър  $\alpha_i$  се дефинира като първата частна производна на *response* функцията [8]:

$$S_i = \frac{\partial R}{\partial \alpha_i},$$

Този коефициент характеризира степента, в която малки вариации на параметъра  $\alpha_i$  влияят върху *response* величината. В математически смисъл чувствителността представлява локална мярка за наклона на *response* функцията в пространството на параметрите, докато във физичен смисъл тя описва реакцията на системата към изменения на входните данни или моделни параметри.

Абсолютната чувствителност обаче зависи от размерността на разглежданите величини и не позволява директно сравнение между параметри с различни физични

единици или мащаби. Поради тази причина в анализа на неопределеностите широко се използва безразмерна (нормализирана) чувствителност, дефинирана като:

$$\tilde{s}_i = \frac{\alpha_i}{R} \frac{\partial R}{\partial \alpha_i}.$$

Нормализираната чувствителност представлява относителна мярка за влиянието на параметъра върху *response* величината и позволява количествено сравнение между различни параметри. Тя може да бъде интерпретирана като относителна промяна на *response* величината, породена от относителна промяна на съответния параметър.

В контекста на анализа на неопределеностите чувствителностните коефициенти играят ключова роля, тъй като определят механизма на пренасяне на входните неопределености към *response* величините. Параметри с високи стойности на нормализирана чувствителност оказват доминиращо влияние върху вариабилността на резултатите, дори когато собствените им неопределености са относително малки.

Следователно нормализираните чувствителности позволяват:

- идентификация на доминиращи параметри;
- ранкинг на източниците на неопределеност;
- оптимизация на моделните параметри и експериментални данни;
- насочване на усилията за редуциране на неопределеностите.

Това прави чувствителностния анализ фундаментален инструмент в детерминистичните подходи за анализ на неопределеността [8].

## **Вероятностни (стохастични) методи**

Вероятностните методи за анализ на неопределеността се основават на представянето на входните параметри на модела като случайни величини, характеризирани чрез вероятностни разпределения. В рамките на този подход неопределеностите не се описват чрез малки вариации около номинални стойности, а чрез пълна статистическа характеристика на параметрите, включително техните разпределения, дисперсии и взаимни зависимости.

Третирането на входните параметри като случайни величини отразява факта, че в реалните инженерни приложения стойностите на моделните параметри често не са известни точно, а са резултат от измервания, емпирични корелации или ограничено познание за

физичните процеси. Следователно *response* величините, които зависят от тези параметри, също придобиват случаен характер.

В тази постановка математическият модел може да бъде разглеждан като оператор, който преобразува вероятностното пространство на входните параметри в вероятностно пространство на изходните величини. Основната задача на вероятностния анализ е определяне на статистическите характеристики на *response* величините, като:

- математическо очакване;
- дисперсия и стандартно отклонение;
- доверителни интервали;
- квантилни характеристики;
- толерансни граници.

За разлика от детерминистичните методи, вероятностните подходи не изискват линеаризация на *response* функцията и позволяват коректно третиране на силно нелинейни зависимости, сложни взаимодействия между параметрите и произволни вероятностни разпределения.

Статистическите характеристики на *response* величините обикновено се оценяват чрез множество числени реализации на модела, при които входните параметри се генерират съгласно зададените вероятностни закони [8], [9].

- **Метод на Монте Карло**

Методът на Монте Карло представлява фундаментален вероятностен подход за анализ на неопределеността, основан на статистическо семплиране на входните параметри. Основната идея на метода е, че неопределеностите на входните величини могат да бъдат пропагирани към *response* величините чрез многократно изпълнение на модела при случайно генерирани реализации на параметрите.

В рамките на този подход входните параметри се третират като случайни величини с предварително зададени вероятностни разпределения. Чрез генериране на  $N$  независими реализации на параметрите се получава ансамбъл от *response* стойности:

$$R_1, R_2, \dots, R_N.$$

Този ансамбъл представлява статистическа извадка от разпределението на *response* величината, което позволява оценка на нейните статистически характеристики.

Математическото очакване на *response* величината се оценява чрез извадковата средна стойност [8], [9]:

$$E(R) \approx \bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N R_n,$$

а дисперсията се определя чрез:

$$\text{var}(R) \approx \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (R_n - \bar{R})^2.$$

Получените оценки представляват статистически приближения на истинските характеристики на *response* величината, като тяхната точност нараства с увеличаване на броя реализации. При достатъчно голям размер на извадката извадковите статистики осигуряват стабилна оценка (с минимална статистическа грешка) на математическото очакване и дисперсията на разглежданата величина.

Ключовата особеност на метода е, че точността на статистическите оценки се подобрява с увеличаване на броя реализации. Съгласно централната гранична теорема, при голям  $N$  разпределението на извадковата средна стойност клони към нормално разпределение, независимо от формата на първоначалното разпределение на *response* величината [9].

Грешката на оценката на математическото очакване намалява пропорционално на:

$$\frac{1}{\sqrt{N}},$$

което определя фундаменталната скорост на сходимост на метода.

- **Доверителни интервали**

При вероятностния анализ на неопределеността статистическите оценки на *response* величините се основават на крайна извадка от числени реализации, поради което изчислените стойности на математическото очакване представляват приближения на истинските характеристики на разглежданата случайна величина. За количествено описание на надеждността на тези оценки се използват доверителни интервали, които дефинират диапазон от стойности, в рамките на който истинската стойност на математическото очакване се очаква да попадне с предварително зададена вероятност.

За крайна извадка от  $N$  независими реализации доверителният интервал на математическото очакване се определя като [9]:

$$CI = \bar{R} \pm k \frac{\sigma}{\sqrt{N}},$$

където  $\bar{R}$  е средна стойност на извадката,  $\sigma$  е стандартното отклонение на *response* величината,  $N$  е броят реализации, а  $k$  е коефициент, определен от избраното доверително ниво. В статистически смисъл доверителният интервал не представлява диапазон, в който отделните реализации на *response* величината трябва да попаднат, а характеризира неопределеността на оценката на математическото очакване. Ширината на интервала се определя от вариабилността на *response* величината и размера на извадката, като с увеличаване на броя реализации стандартната грешка намалява пропорционално на  $1/\sqrt{N}$ , което води до по-стабилни статистически оценки.

Стойността на коефициента  $k$  зависи от избраното доверително ниво и статистическите предположения за разпределението на оценката. При нормално разпределение типични стойности са  $k \approx 1.96$  за 95% доверително ниво и  $k \approx 2.58$  за 99% доверително ниво. В практическите изчисления стандартното отклонение за малки извадки обикновено не е известно априори/предварително и се заменя с извадкова оценка:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (R_n - \bar{R})^2},$$

което формално води до използване на *Student-t* коефициенти при определяне на доверителните интервали. Тази постановка позволява коректна количествена оценка на статистическата неопределеност на числените резултати и представлява съществен елемент от вероятностните методи за анализ на неопределеността. [9]

### 3.3. Методи за анализ на неопределеността

Предходната глава формулира теоретичната основа на чувствителността и неопределеностния анализ чрез локални производни, линеаризационни апроксимации и вероятно описание на входните параметри. Беше показано, че връзката между

чувствителностите и дисперсията на *response* величините може да бъде изразена чрез матричната зависимост  $\text{var}(R) = S^T C S$ , която представлява централна постановка в първопорядъчните методи за *propagation of moments*.

Въпреки аналитичната яснота на този подход, приложението му към съвременни мултифизични модели в реакторната физика и термохидравликата среща съществени ограничения. Реалните инженерни модели се характеризират с:

- силна нелинейност на зависимостите;
- корелации между параметри от различни физични домейни;
- наличие на прагови явления (напр. криза на топлообмен);
- висока размерност на параметричното пространство;
- значителна изчислителна сложност.

Тези особености изискват по-обща методологична рамка, която да позволява коректно пропагиране/разпространение на неопределеностите без допускане за локална линейност и без ограничение върху формата на вероятностните разпределения.

В международната практика анализът на неопределеността е формализиран в рамките на подхода *Best Estimate Plus Uncertainty (BEPU)*, при който детерминистичните *best-estimate* изчисления се допълват със систематична количествена оценка на статистическите граници на ключовите безопасностни показатели. Публикациите на Международната агенция за атомна енергия (*IAEA*) относно оценяването на неопределеностите в безопасностните анализи поставят изисквания за прозрачност на методологията, обосноваан избор на статистически методи и коректно определяне на доверителни и толерансни граници.

Настоящата глава разглежда основните методи за анализ на неопределеността, приложими към мултифизични изчислителни модели в ядрената енергетика. Първо се анализират вероятностните методи от типа Монте Карло, след това моментните (първопорядъчни и второпорядъчни) подходи, регулаторните рамки на *BEPU*, и накрая – особеностите на интегрирането на неопределеностния анализ в мултифизични платформи.

### **Монте Карло методи**

Вероятностните методи за анализ на неопределеността се основават на формалното третиране на входните параметри на математическия модел като случайни величини, дефинирани върху вероятно пространство  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ . Нека векторът на входните параметри бъде означен с  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$ , като същият е описан чрез съвместно вероятно разпределение с плътност  $f_\alpha(\mathbf{a})$ . Математическият модел може да бъде представен като нелинеен оператор

$$R = g(\alpha),$$

където  $g: \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$  достатъчно гладка функция, а  $R$  представлява разглежданата *response* величина. При тази постановка  $R$  също е случайна величина, индуцирана от разпределението на  $\alpha$ .

Основната задача на неопределеностния анализ е да се определи разпределението на  $R$ , както и неговите статистически характеристики. Математическото очакване на *response* величината се дефинира чрез интеграл по параметричното пространство

$$E[R] = \int_{\mathbb{R}^k} g(\mathbf{a}) f_{\alpha}(\mathbf{a}) d\mathbf{a},$$

а дисперсията се определя като

$$\text{var}(R) = E[(R - E[R])^2].$$

При реалистични мултифизични модели, включващи неутронно-физични, термохидравлични и горивни процеси, функцията  $g(\alpha)$  се дефинира чрез числено решение на система от свързани уравнения и не позволява аналитично изчисляване на горните интегрални. Поради това се налага използването на числени статистически методи за оценка на тези величини [8].

Методът на Монте Карло представлява универсален подход за числена апроксимация на интегралите от вида  $E[R]$ . Основната идея е да се генерират  $N$  независими реализации на входния вектор  $\alpha^{(n)}$  съгласно зададеното вероятностно разпределение и за всяка реализация да се изчисли съответната *response* стойност

$$R^{(n)} = g(\alpha^{(n)}), n = 1, \dots, N.$$

Получената извадка  $\{R^{(1)}, R^{(2)}, \dots, R^{(N)}\}$  представлява емпирична реализация на случайния процес и позволява оценка на статистическите характеристики на  $R$ . Извадковата оценка на математическото очакване е

$$\bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N R^{(n)},$$

а извадковата дисперсия се определя чрез

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (R^{(n)} - \bar{R})^2.$$

Съгласно централната гранична теорема, при крайна дисперсия на  $R$  разпределението на  $\bar{R}$  клони към нормално при достатъчно голям  $N$ , като стандартната грешка на оценката на средната стойност е

$$SE(\bar{R}) = \frac{s}{\sqrt{N}}.$$

Това означава, че статистическата грешка намалява със скорост  $O(N^{-1/2})$ , което представлява фундаменталното ограничение на класическия Монте Карло метод [8]. За постигане на значително намаляване на неопределеността на оценката е необходимо квадратично увеличение на броя реализации.

Съществено предимство на метода е, че той предоставя директна емпирична оценка на цялото разпределение на *response* величината, а не само на първите два статистически момента.

В рамките на подхода *Best Estimate Plus Uncertainty (BEPU)* се използват толерансни граници, които осигуряват с определено доверително ниво покриване на зададен дял от разпределението на *response* величината [1], [7]. *Wilks* [10] формулира статистическа връзка между броя реализации и вероятността дадена порядкова статистика да представлява едностранна или двустранна толерансна граница. Този подход намира широко приложение в регулаторната практика, но съвременни изследвания върху мултифизични кодове показват, че при силно нелинейни *response* функции и сложна корелационна структура на входовете предположенията на *Wilks* могат да доведат до подценяване или надценяване на необходимия брой реализации [11].

Поради бавната сходимост на класическия Монте Карло метод в инженерната практика често се използват техники за семплиране/вземане на проби, като *Latin Hypercube Sampling (LHS)*.

При мултифизични модели входните параметри често са корелирани, особено когато произтичат от общи физични допускания или технологични ограничения. Коректното третиране на корелациите изисква използване на съвместна *variance-covariance* матрица и генериране на консистентни реализации/приложения на входния вектор. Рамките за интегриран неопределеностен анализ в мултифизични симулации, включващи неутронно-физични и термохидравлични домейни, разглеждат методи за конструиране на глобална ковариационна структура и нейното използване при семплиране [13], [14].

По този начин методът на Монте Карло представлява универсален и концептуално ясен инструмент за пропагиране на неопределености в сложни нелинейни модели. Неговата способност да предоставя пълно емпирично разпределение на *response* величините, включително квантилни и толерансни характеристики, обуславя централната му роля в съвременния *best-estimate* анализ на безопасността в ядрената енергетика [1], [7].

## Моментни методи (*First/Second Order*)

Моментните методи за анализ на неопределеността представляват детерминистичен подход за количествено оценяване на статистическите характеристики на response величините чрез използване на локална информация за диференциалната структура на математическия модел. Те се основават на идеята, че ако входните параметри варират в относително ограничена област около номиналното си състояние, поведението на модела може да бъде описано чрез разлагане на Тейлър и статистическите моменти на изходната величина могат да бъдат изразени чрез производните на функцията  $g(\boldsymbol{\alpha})$  и ковариационната структура на входните параметри. Формалната основа на този подход е изложена в теорията на чувствителността и неопределеностния анализ [8].

Нека входният вектор  $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_k)$  бъде случайна величина с математическо очакване  $\boldsymbol{\mu}$  и ковариационна матрица  $\mathbf{C}$ . Моделът е зададен чрез операторната зависимост

$$R = g(\boldsymbol{\alpha}),$$

като  $g$  е два пъти непрекъснато диференцируема функция в околност на  $\boldsymbol{\mu}$ . Разлагането на Тейлър до втори порядък може да бъде записано във векторна форма като

$$g(\boldsymbol{\alpha}) \approx g(\boldsymbol{\mu}) + \nabla g(\boldsymbol{\mu})^T (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\mu}) + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\mu})^T H_g(\boldsymbol{\mu}) (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\mu}),$$

където  $\nabla g$  е градиентът (Якобианът) на функцията, а  $H_g$  е Хесианът – матрицата на вторите частни производни.

Първопорядъчният (*FOSM*) подход се получава чрез пренебрегване на квадратичния член, което води до линейна апроксимация на *response* функцията. В този случай математическото очакване на изходната величина се оценява като номиналната стойност  $g(\boldsymbol{\mu})$ , а дисперсията се определя чрез

$$\text{var}(R) \approx \nabla g(\boldsymbol{\mu})^T \mathbf{C} \nabla g(\boldsymbol{\mu}).$$

Тази формула представлява векторна форма на зависимостта  $\mathbf{S}^T \mathbf{C} \mathbf{S}$  и показва, че дисперсията на *response* величината е квадратична форма на ковариационната матрица с тегла, определени от локалните чувствителности. Оттук следва, че относителният принос на всеки параметър към общата неопределеност може да бъде оценен чрез нормализирани чувствителности и относителни вариации, което позволява ранкинг/класиране на параметрите и идентификация на доминиращи източници на неопределеност [8].

При включване на второпорядъчните членове се получава коригирана оценка за математическото очакване:

$$E[R] \approx g(\boldsymbol{\mu}) + \frac{1}{2} \text{tr}(H_g(\boldsymbol{\mu})C),$$

където  $\text{tr}(\cdot)$  е следата на матрицата. Тази зависимост показва, че нелинейността на модела води до систематично изместване на средната стойност спрямо номиналната, дори когато входните разпределения са симетрични. По аналогичен начин могат да бъдат получени коригирани изрази за дисперсията, включващи членове от по-висок порядък. Второпорядъчните методи (*SOSM*) са по-точни при умерена нелинейност, но изискват изчисляване на Хесиана, което при сложни реакторни кодове често е трудно реализируемо.

От статистическа гледна точка *FOSM* подходът може да се интерпретира като пропация на моменти при линейна трансформация на случайни величини. Ако  $\boldsymbol{\alpha}$  е многомерно нормално разпределена, то при линейна зависимост  $R = \nabla g^T(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\mu}) + g(\boldsymbol{\mu})$ , *response* величината също ще бъде нормално разпределена. При реални нелинейни модели обаче това предположение не е строго изпълнено, което означава, че моментните методи по същество дават апроксимация на първите два момента, но не и на формата на разпределението. Това е съществено ограничение спрямо ансамбловите методи, които позволяват директна оценка на квантилни характеристики.

В инженерните приложения често се използва понятието относителна неопределеност, дефинирана чрез отношението  $\sigma_R/R$ . При първопорядъчната апроксимация може да се покаже, че

$$\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 \approx \sum_{i=1}^k \tilde{S}_i^2 \left(\frac{\sigma_{\alpha_i}}{\alpha_i}\right)^2 + 2 \sum_{i < j} \tilde{S}_i \tilde{S}_j \rho_{ij} \left(\frac{\sigma_{\alpha_i}}{\alpha_i}\right) \left(\frac{\sigma_{\alpha_j}}{\alpha_j}\right),$$

където  $\tilde{S}_i$  са нормализирани чувствителности, а  $\rho_{ij}$  – коефициенти на корелация. Този израз подчертава значението на корелациите и позволява физична интерпретация на приноса на отделните параметри към общата относителна неопределеност.

В контекста на реакторната физика аджойнтният/спрегнатия формализъм играе ключова роля при изчисляване на чувствителностите спрямо голям брой параметри [8]. При дифузионни и транспортни модели на неутронния поток аджойнтното уравнение позволява ефективно определяне на производните на реактивност, мощност или други функционали спрямо ядрени константи и геометрични параметри [3], [6]. Това прави моментните методи особено привлекателни при задачи, където броят на параметрите е голям, но броят на изходните величини е ограничен.

Въпреки своята аналитична прозрачност и изчислителна ефективност, моментните методи остават по същество локални. Те предполагат, че вариациите на входните параметри са достатъчно малки и че нелинейността на модела в разглежданата област не е доминираща. При наличие на прагови явления, силна мултифизична обратна връзка или несиметрични разпределения на входовете, *FOSM* и *SOSM* могат да доведат до некоректна оценка на реалната вариабилност. В допълнение прилагането на аджойнт/спегнати методи е добре развито в реакторната физика но не в термохидравликата и горивния анализ. Поради това в регулаторната практика на *best-estimate* анализ с неопределености акцентът е поставен върху методи, които позволяват директно определяне на статистически граници на безопасностните показатели [1], [7]. Независимо от това, моментните методи остават фундаментален инструмент за теоретичен анализ, бърза оценка на чувствителността и проверка на резултатите от по-обща вероятностни изследвания.

### **Регулаторни рамки и практики (*BEPU*, международни стандарти)**

Развитието на методите за анализ на неопределеността в ядрената енергетика е тясно свързано с еволюцията на регулаторната философия относно безопасностните анализи. Традиционно детерминистичните оценки на безопасността се основават на консервативни допускания, при които входните параметри и моделни корелации се избират така, че да водят до неблагоприятни, но физически допустими сценарии. Този подход гарантира маржове на безопасност, но често води до прекомерна консервативност и ограничена прозрачност относно реалната степен на неопределеност на резултатите. С развитието на изчислителните методи и по-доброто разбиране на физичните процеси постепенно се налага философията на *best-estimate* анализа, при която се използват реалистични модели и номинални стойности на параметрите, допълнени със систематична оценка на неопределеностите.

Тази концепция е формализирана в рамките на подхода *Best Estimate Plus Uncertainty (BEPU)*, разгледан подробно в публикациите на Международната агенция за атомна енергия (*IAEA*) [1], [7]. Съгласно *BEPU* философията, детерминистичното *best-estimate* изчисление следва да бъде съпроводено от количествен анализ на неопределеността, който да осигури статистически обосновани граници на ключовите безопасностни показатели. По този начин регулаторният фокус се измества от консервативни входни допускания към количествено характеризирани на доверието в изчислените резултати.

В рамките на *BEPU* методологията се поставят няколко фундаментални изисквания. На първо място, трябва да бъде ясно дефиниран анализираният сценарий и съответните критерии за безопасност. На второ място, следва да се идентифицират релевантните източници на неопределеност – параметрични, моделни и числени – и да се обоснове тяхното вероятностно описание. На трето място, трябва да бъде избран подходящ метод за пропагиране на неопределеностите, който да осигури коректно определяне на

статистическите характеристики на *response* величините. Накрая, резултатите следва да бъдат представени под формата на доверителни или толерансни граници, съгласувани с регулаторните критерии [1].

*IAEA* подчертава, че изборът между моментни и вероятностни методи следва да бъде мотивиран от характера на разглеждания модел, степента на нелинейност и значимостта на квантилните характеристики за безопасностната оценка [1], [7]. При силно нелинейни мултифизични системи, каквито са съвременните реакторни модели, използването на ансамблови методи от типа Монте Карло е препоръчително, тъй като те позволяват директно определяне на вероятностите за превишаване на нормативно зададени граници.

В международната практика *BEPU* често се свързва с определяне на толерансни граници от типа 95/95, които гарантират, че с 95% доверие поне 95% от реализациите на *response* величината са под (или над) дадена гранична стойност. Този статистически критерий има пряко значение за лицензионни анализи на преходни режими и аварийни сценарии. Използването на порядкови статистики и *Wilks-подхода* [10] предоставя формална връзка между броя на реализираните изчисления и гарантираното покритие на разпределението. Въпреки това *IAEA* подчертава, че статистическите предположения следва да бъдат внимателно обосновани и че при сложни нелинейни модели може да бъде необходимо по-консервативно определяне на размера на извадката [1].

Особено значение в съвременната регулаторна практика има интеграцията на неопределеностния анализ в мултифизични изчислителни платформи. Документите на *IAEA* посочват, че при свързани неутронно-физични и термохидравлични модели трябва да се отчетат не само индивидуалната вариабилност на параметрите, но и корелационната структура между различните физични домейни [1], [7]. Това изискване пряко свързва *BEPU* рамката с необходимостта от консистентно вероятно описание и систематично пропагиране на неопределеностите през всички нива на модела.

Регулаторната философия на *BEPU* не елиминира детерминистичния анализ, а го допълва. *Best-estimate* изчислението остава централният елемент, но неговата интерпретация се променя: номиналният резултат не се разглежда като единствена стойност за сравнение с критериите, а като център на вероятно разпределение, чиято статистическа ширина трябва да бъде количествено определена. По този начин безопасностният марж се дефинира не само чрез разликата между номиналната стойност и граничния критерий, но и чрез вероятността за превишаване на този критерий.

В заключение, регулаторните рамки и международните стандарти утвърждават анализа на неопределеността като неразделна част от съвременния детерминистичен безопасностен анализ. Подходът *BEPU* осигурява методологична основа за интегриране на математическите инструменти, разгледани в предходните точки, в реалната лицензионна практика. Той изисква прозрачност на допусканията, количествено обоснован избор на метод за пропагиране на неопределеностите и ясно формулирани статистически критерии

за оценка на безопасността, което поставя високи изисквания към методологичната последователност на мултифизичните изчисления [1], [7].

### Дефиниция и характеристики на мултифизичните модели

Съвременните изчислителни анализи в ядрената енергетика се основават на интегрирано описание на взаимосвързани физични процеси, протичащи в активната зона на реактора и в свързаните с нея системи. Тези процеси включват неутронно-физични явления, топлопренос и флуидна динамика, топлопроводност в горивото и обвивката, както и материални и термомеханични ефекти. Модели, които едновременно отчитат повече от един физичен домейн и взаимодействията между тях, се означават като мултифизични модели. Тяхната основна характеристика е наличието на двупосочна или многопосочна обратна връзка между различните подсистеми, което води до силна нелинейност и комплексност на общата система от уравнения [2], [5].

В най-общ вид мултифизичният модел може да бъде представен като система от свързани операторни зависимости:

$$\mathcal{N}(\phi, T, \rho, \dots) = 0, \mathcal{T}(\phi, T, \rho, \dots) = 0, \mathcal{F}(T, \rho, p, \dots) = 0,$$

където  $\mathcal{N}$  обозначава неутронно-физичния оператор (напр. дифузионно или транспортно уравнение),  $\mathcal{T}$  – топлопроводност в горивото, а  $\mathcal{F}$  – уравненията на термохидравликата. Величини като неутронен поток  $\phi$ , температура  $T$ , плътност  $\rho$  и налягане  $p$  участват едновременно в повече от една подсистема, което обуславя наличието на обратна връзка. Например температурата влияе върху макроскопичните сечения чрез температурни коефициенти на реактивност, а разпределението на мощността, определено от неутронния поток, задава източника в уравненията за топлопренос [3], [6].

От математическа гледна точка мулти-физичният модел представлява нелинейна система от частни диференциални уравнения, чието решение изисква итерационни процедури за постигане на съгласуваност между отделните физични домейни. Често използваната стратегия включва последователно решаване на отделните подсистеми с обмен на гранични условия или източникови членове до достигане на сходимост. Тази итерационна структура допълнително усложнява анализа на неопределеността, тъй като входните вариации могат да се усилят или компенсират в различни етапи на изчислителния процес.

Характерна особеност на мултифизичните модели е тяхната йерархична пространствена и времева структура. В рамките на един реакторен анализ могат да бъдат разграничени различни нива на описание: *pin-level* (детайлно описание на отделен горивен елемент), *assembly-level* (горивна касета), *core-level* (цялата активна зона) и *subchannel-level*

(локални термохидравлични канали). Всяко ниво има собствена пространствена резолюция, набор от приближения и специфични входни параметри [2], [5]. Преходът между тези нива изисква хомогенизация, параметризация или използване на ефективни характеристики, което въвежда допълнителни източници на неопределеност.

От гледна точка на неопределеностния анализ мултифизичните модели се отличават с няколко съществени характеристики. Първо, те са силно нелинейни. Температурната обратна връзка, зависимостта на топлообменните коефициенти от локалния режим на течението и нелинейните свойства на материалите могат да доведат до чувствителност, която варира значително в различни области на параметричното пространство. Второ, входните параметри от различните физични домейни често са статистически зависими. Например геометрични толеранси, мощност и дебит могат да бъдат корелирани чрез общи технологични ограничения. Трето, моделите включват както параметрични неопределености, така и моделни неопределености, произтичащи от използваните корелации и приближения.

В този контекст операторната зависимост  $R = g(\alpha)$ , използвана в предходните точки, придобива значително по-сложен характер. Функцията не е проста аналитична зависимост, а композиция от множество числени оператори, включваща итерационни схеми и вътрешни нелинейни решения. Това означава, че локалните производни, използвани в моментните методи, могат да бъдат силно зависими от работната точка и че глобалното поведение на системата може да се различава съществено от локалната линеаризация.

Международната практика и изследванията в областта на мултифизичното моделиране подчертават необходимостта от интегриран подход към анализа на неопределеността, който отчита взаимодействията между отделните домейни [5]. *OECD/NEA* докладите разглеждат мултифизичното свързване като ключов фактор за повишаване на предсказателната способност на реакторните модели, но същевременно отбелязват, че увеличената комплексност води до нарастване на източниците на неопределеност и необходимост от систематичен *UQ* анализ [2].

С оглед на горното, мултифизичните модели могат да бъдат характеризирани чрез следните основни свойства: висока размерност на параметричното пространство, силна нелинейност, наличие на обратни връзки, йерархична структура на пространствена дискретизация и наличие на корелирани входни параметри. Тези особености определят и избора на подходящи методи за анализ на неопределеността. Докато моментните методи могат да бъдат ефективни при локален анализ и идентификация на доминиращи параметри, ансамбловите вероятностни методи се явяват по-подходящи за глобално характеризиране на вариабилността в рамките на мултифизични изчисления.

По този начин разглеждането на мултифизичните модели не е само въпрос на числена реализация, а представлява фундаментален методологичен елемент при формулиране на неопределеностния анализ. Разбирането на тяхната структура и

взаимовръзки е предпоставка за изграждане на консистентна рамка за интегриране на анализа на неопределеността, която ще бъде разгледана в следващата точка.

### **Методологична рамка за интеграция на анализа на неопределеността в мултифизични пресмятания**

Интегрирането на анализа на неопределеността в мултифизични пресмятания изисква формулиране на последователна и формално обоснована методологична рамка, която да осигури консистентност между физичния модел, статистическото описание на входните параметри и регулаторната интерпретация на получените резултати. В съвременните реакторни приложения мултифизичният модел представлява нелинейна композиция от взаимосвързани оператори, описващи неутронно-физични, термохидравлични и горивни процеси, при което неопределеностите не се разпространяват линейно, а преминават през итеративни цикли на обратна връзка.

Нека глобалният мултифизичен модел бъде представен чрез оператор

$$R = g_{\text{MP}}(\alpha),$$

Където  $\alpha \in \mathbb{R}^k$  е векторът на входните параметри, а представлява композиция от взаимодействащи подсистеми:

$$g_{\text{MP}} = \mathcal{F} \circ \mathcal{T} \circ \mathcal{N}.$$

Тук  $\mathcal{N}$  обозначава неутронно-физичния оператор,  $\mathcal{T}$  – топлопроводния модел в горивото, а  $\mathcal{F}$  – термохидравличния оператор. Всяка от тези подсистеми зависи от състоянието на останалите чрез нелинейни зависимости, например температурна обратна връзка върху макроскопичните сечения или зависимост на топлообменния коефициент от локалния режим на течението [2], [3], [6].

В този контекст, представлява трансформация на вероятностната мярка, дефинирана върху входното пространство, към индуцирана мярка върху пространството на *response* величините. Поради нелинейния характер на тази трансформация може да доведе до асиметрично или мултимодално разпределение на изходната величина, дори когато входните параметри са симетрично разпределени. Следователно методологичната рамка трябва да отчита не само първите два момента, но и потенциални нелинейни ефекти и взаимодействия между параметрите.

Ключов елемент на интеграцията е систематичната идентификация на източниците на неопределеност. Те могат да бъдат групирани в няколко категории: физични параметри (материални свойства, геометрия, гранични условия), моделни параметри (емпирични

коэффициенти, корелации), както и числени параметри (пространствена и времева дискретизация). В съответствие с международната практика [1], [7] всеки източник следва да бъде обоснован чрез вероятностно описание, включващо избор на разпределение, определяне на статистически моменти и оценка на корелациите.

Съществено значение има дефинирането на глобална ковариационна структура, която да обединява параметри от различни физични домейни. При мултифизични модели често възникват зависимости между величини, принадлежащи към различни подсистеми, например между дебит и плътност или между мощност и температурен коефициент. Ако тези зависимости не бъдат коректно включени, може да се получи неконсервативна оценка на неопределеността. Следователно генерирането на входните реализации трябва да гарантира съхраняване на зададената корелационна матрица.

Методологичната рамка следва също така да отчита мащабната йерархия на модела. Мултифизичните пресмятания могат да бъдат реализирани на различни нива на пространствена детайлност — от *pin-level* анализ до цялостен модел на активната зона. Преходът между тези нива предполага хомогенизация и параметризация, които сами по себе си въвеждат допълнителна неопределеност. Следователно интегрираният анализ трябва ясно да дефинира на кое ниво се извършва пропагацията и как се осъществява трансферът на параметри между различните мащаби [2], [5].

От алгоритмична гледна точка интеграцията на анализа на неопределеността може да бъде формулирана като итерационен процес: генериране на реализация  $\alpha^{(n)}$ , решение на свързаната мултифизична система до постигане на сходимост, извличане на *response* величините  $R^{(n)}$  и натрупване на статистическа извадка. Изборът на броя реализации  $N$  трябва да бъде съобразен както с изискванията за статистическа достоверност, така и с изчислителната сложност на модела. Тъй като цената на една мултифизична симулация може да бъде значителна, интеграцията на анализа на неопределеността трябва да отчита и аспекти на изчислителната ефективност, включително възможности за паралелизация и оптимизация на семплирането [13].

Особено важен аспект е взаимодействието между чувствителностния анализ и ансамбловите методи. Чувствителностните коефициенти могат да бъдат използвани за предварителен ранкинг на параметрите и редуциране на размерността на задачата, което позволява фокусиране на изчислителните ресурси върху доминиращите източници на неопределеност. По този начин моментните и вероятностните методи не се разглеждат като конкурентни, а като допълващи се инструменти в рамките на единна методологична структура.

Накрая, интегрираната методологична рамка трябва да осигури пряка връзка между статистическите резултати и регулаторните критерии. В рамките на *BEPU* анализа крайната цел не е само определяне на средна стойност и дисперсия, а количествено гарантиране на

безопасности граници с предварително зададено доверително ниво [1], [7]. Следователно изборът на метод за пропагиране, размерът на извадката и начинът на представяне на резултатите трябва да бъдат съгласувани с регулаторната философия.

Така разширената методологична рамка осигурява систематизиран подход за интегриране на анализа на неопределеността в мултифизични пресмятания, като обединява физичната постановка, статистическото описание, алгоритмичната реализация и регулаторната интерпретация в единна концептуална структура.

### **Нива на интеграция: *loose coupling, tight coupling, offline* и *online* схеми**

В рамките на мултифизичните реакторни пресмятания архитектурата на свързване между отделните физични домейни представлява ключов фактор, който определя както точността и стабилността на численото решение, така и начина, по който неопределеностите се разпространяват през системата. В най-общ смисъл свързването може да се разглежда като числен механизъм за реализиране на обратната връзка между подсистеми, които са описани чрез различни уравнения, различни мащаби и различни дискретизации. В реакторните приложения типичният случай включва взаимосвързаност между неутронно-физичен домейн (определящ разпределението на мощността и реактивността), термохидравличен домейн (определящ температури, плътности, дебити) и горивен домейн (определящ температурното поле в горивото и обвивката), като преносът на информация между тези домейни реализира физичните обратни връзки [2], [5], [6].

Формално мулти-физичната система може да бъде представена като нелинейна задача за намиране на съвместно решение на вектор състояния , включващ полетата  $\phi$ ,  $T$ ,  $\rho$ ,  $p$  и др.:

$$\mathcal{G}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{0},$$

където  $\boldsymbol{\alpha}$  е векторът от входни параметри и моделиращи коефициенти. В практически приложения тази система обикновено не се решава като едно монолитно уравнение, а чрез разлагане на подсистеми и итерационно съгласуване на общи величини (например мощност температура/плътност неутронно поле). Именно начина на това итерационно съгласуване определя нивото на свързване. При *loose coupling* отделните подсистеми се решават последователно като самостоятелни задачи, а обменът на информация се реализира дискретно на определени итерационни стъпки. Типична формулировка на такава схема е последователна фиксирана точка (*Picard*) итерация:

$$\mathbf{x}_{\mathcal{N}}^{(k+1)} = \mathcal{N}(\mathbf{x}_{\mathcal{F}}^{(k)}; \boldsymbol{\alpha}),$$

$$\mathbf{x}_{\mathcal{F}}^{(k+1)} = \mathcal{F} \left( \mathbf{x}_{\mathcal{N}}^{(k+1)}; \boldsymbol{\alpha} \right),$$

където  $\mathcal{N}$  и  $\mathcal{F}$  обозначават неутронно-физичния и термохидравличния оператор, а  $(k)$  е индекс на итерацията. Тази схема е гъвкава и лесна за реализиране, тъй като позволява използване на съществуващи кодове с ясно дефиниран интерфейс за вход/изход. Поради модулния характер, *loose coupling* често се използва в практиката на кодово свързване и в мултифизични изследвания, включително в контекста на *OECD/NEA* разработки за *coupled* анализи [2], [5].

Основното ограничение на *loose coupling* произтича от факта, че числената стабилност и скоростта на сходимост зависят силно от интензивността на обратната връзка. При силна температурна обратна връзка или при термохидравлични режими, близки до граници на приложимост на корелации, итерационният процес може да изисква значителен брой итерации или да демонстрира осцилации и деградация на сходимостта. В практиката това се компенсира чрез релаксационни техники, при които обновяването на обменните величини се извършва чрез смесване между стара и нова стойност:

$$\mathbf{y}^{(k+1)} = \omega \mathbf{y}_{\text{new}}^{(k+1)} + (1 - \omega) \mathbf{y}^{(k)}, 0 < \omega \leq 1,$$

където обозначава обменната величина (напр. поле на плътност, температура или мощност). Този елемент е важен и от гледна точка на неопределеностния анализ, тъй като изборът на релаксация и критерии за сходимост може да влияе върху числената вариабилност и да се прояви като допълнителен източник на неопределеност при крайно точни толеранси.

При *tight coupling* обменът между домейните е по-тясно интегриран и по същество цели да реши свързаната система с по-добро приближение на истинската нелинейна взаимозависимост. На архитектурно ниво това може да се реализира като монолитно решение на обединена система или като силно интегрирана итерационна схема, при която обменът се случва на по-фино ниво (например на всяка подитерация или в рамките на един общ нютониански цикъл). Монолитната формулировка се представя с блокова структура на Якобиана и включва явни междудомейнови производни, което подобрява сходимостта при силна обратна връзка, но изисква по-сложна имплементация и достъп до вътрешни структури на кодовете [5]. Практическата полза от *tight coupling* е особено значима при транзиенти, при които времевата синхронизация между домейните и моментната обратна връзка са критични за точността на резултатите [2], [6].

Разграничението между *loose* и *tight coupling* има директни последствия за анализа на неопределеността. При *loosely coupled* схеми вариации в входните параметри могат да бъдат „филтрирани“ или „модулирани“ от итерационната процедура и избрания критерий

за сходимост, докато при *tightly coupled* схеми обратната връзка е по-пълно представена, което често води до по-реалистична пропация на неопределеностите. В този смисъл нивото на свързване не е само техническа характеристика на кода, а определящ компонент на оператора  $g_{MP}(\alpha)$ , който трансформира вероятностното пространство на входовете в вероятностно пространство на изходите.

Паралелно с нивото на физично свързване се разглежда начинът на интеграция на неопределеностния анализ — *offline* и *online* схеми. При *offline* подхода *UQ* се реализира чрез външен управляващ слой, който генерира реализации на  $\alpha$ , стартира мултифизичния код (или свързана последователност от кодове) за всяка реализация и събира получените *response* величини за последваща статистическа обработка. Тази схема третира симулационния инструмент като „черна кутия“ и е широко приложима, тъй като не изисква модификация на вътрешния код, а само автоматизируем интерфейс за вход и извличане на изходи. В практиката на *VUQ* анализи подход от този тип е типичен при използване на инструменти като *DAKOTA*, където се реализират стратегии за семплиране (напр. *LHS*), управление на изпълненията и постпроцесинг на ансамбли [12]. Подобна архитектура се използва и в изследвания, свързани с *UAM benchmark* и *CTF-DAKOTA* интеграции, при които ансамбълът от реализации се управлява външно и се оценяват статистически граници и чувствителностни метрики [11], [14].

*Online* схемите представляват по-дълбока интеграция, при която процесът на семплиране, управлението на итерациите/времето стъпки и статистическото акумулиране на резултати се реализират в рамките на една обща симулационна среда. Това позволява по-голям контрол върху вътрешните състояния, над корелационните структури и над адаптивни стратегии — например динамично прецизиране на семплирането в области на параметричното пространство, където *response* величините показват най-голяма вариабилност. В мултифизични *UQ* разработки *online* подходът често се свързва с концепцията за обща *variance-covariance* структура и последователно пропагиране на корелирани неопределености през домейните, включително чрез специализирани алгоритми за генериране на корелирани реализации [13].

Комбинацията от нивото на свързване и начина на *UQ* интеграция води до четири основни архитектурни конфигурации: *loose-offline*, *loose-online*, *tight-offline* и *tight-online*. Всяка конфигурация има различни компромиси между реализируемост, изчислителна цена и предсказателна достоверност. *Loose-offline* подходът предлага максимална гъвкавост и минимални изисквания към кода, но може да бъде ограничен при силно coupled транзенти и при необходимост от строг контрол върху корелации. *Tight-online* подходът осигурява най-висока степен на консистентност и контрол, но е значително по-сложен за имплементиране и изисква по-силна интеграция на софтуерно ниво.

## Многостепенни методи: *pin-level, assembly-level, core-level, subchannel-level*

Мултифизичните пресмятания в реакторния анализ се реализират върху йерархична пространствена структура, в която различните физични процеси се описват на различни мащаби. Тази многостепенност не е само въпрос на геометрична детайлност, а представлява фундаментален аспект на методологичната рамка, тъй като изборът на ниво на моделиране определя размерността на параметричното пространство, степента на хомогенизация и характера на пропагацията на неопределеностите.

На най-ниско ниво, *pin-level* моделите описват отделен горивен прът с висока пространствена резолюция. На това ниво се решават уравненията на топлопроводността в горивото и обвивката, както и локални неутронно-физични зависимости, често чрез двуизмерни или триизмерни транспортни или дифузионни постановки. Температурното поле в горивото  $T(r, z)$  се определя чрез уравнението

$$\nabla \cdot (k(T)\nabla T) + q''' = 0,$$

където  $k(T)$  е температурно зависимата топлопроводност, а  $q'''$  – обемната мощност, получена от неутронния анализ [4], [6]. На това ниво неопределеностите са свързани с материални свойства, геометрични толеранси, локално обогатяване и ядрени сечения. Поради високата нелинейност на температурните зависимости и чувствителността на коефициентите на реактивност към локални температури, *pin-level* анализът може да демонстрира силно нелинейна пропагация на неопределеностите.

На *assembly-level* нивото група от горивни пръти се моделират като горивна касета. Тук често се използват хомогенизирани или групирани параметри, получени от по-ниско ниво, като ефективни макроскопични сечения или средни температури. Математически това представлява трансформация

$$\alpha_{\text{assembly}} = \mathcal{H}(\alpha_{\text{pin}}),$$

където операторът  $\mathcal{H}$  извършва хомогенизация и редукция на размерността. Тази трансформация сама по себе си въвежда допълнителна неопределеност, тъй като усредняването може да загуби информация за локални пикове и нелинейни ефекти. *OECD/NEA* подчертава, че мултифизичните взаимодействия на това ниво са особено чувствителни към точността на хомогенизацията и параметризацията [2], [5].

*Core-level* моделите разглеждат цялата активна зона, обикновено чрез триизмерни дифузионни уравнения с групирани ядрени константи. Типичната формулировка включва многогруповото дифузионно уравнение

$$-\nabla \cdot D_g \nabla \phi_g + \Sigma_{r,g} \phi_g = \sum_{g' \neq g} \Sigma_{s,g' \rightarrow g} \phi_{g'} + \chi_g \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'} \phi_{g'},$$

където величините зависят от температурата и плътността, получени от термохидравличния анализ [3], [6]. На това ниво неопределеностите често се проявяват като вариации в глобални показатели — реактивност, мощностни пикове, интегрални коефициенти. Поради пространственото усредняване локалните неопределености могат да се редуцират или трансформират, което означава, че пропагацията на неопределеността е мащабно зависима.

*Subchannel-level/субканално ниво* моделите заемат междинно ниво между локалния и глобалния мащаб. Те описват термохидравличното поведение на охлаждащия флуид в отделни субканални между горивните пръти чрез едномерни или квази-тримерни уравнения за маса, импулс и енергия:

$$\frac{d}{dz}(\rho v A) = 0, \frac{d}{dz}(\rho v^2 A + p A) = -\tau_w P, \frac{d}{dz}(\rho v h A) = q'',$$

където  $\tau_w$  е стенният срязващ напрегател, а  $q''$  – топлинният поток от горивото. На това ниво неопределеностите в топлообменните корелации и хидравличните коефициенти могат да имат съществен ефект върху локалните температури и плътности, които от своя страна влияят върху неутронното поле.

Същественото при многостепенните методи е, че неопределеността не се пропагира еднородно през мащабите. Ако обозначим с  $g_{pin}$ ,  $g_{assembly}$  и  $g_{core}$  операторите на съответните нива, то глобалната трансформация може да бъде представена като вложена композиция

$$R = g_{core} \left( g_{assembly} \left( g_{pin}(\alpha) \right) \right).$$

Всяка от тези трансформации може да усилва, редуцира или трансформира статистическата структура на входните неопределености. Например локална вариация в топлопроводността може да има силен ефект на *pin-level*, но след хомогенизация ефектът върху глобалната реактивност да бъде частично компенсиран. Обратно, малка вариация в дебита на *subchannel-level* може да доведе до съществено изменение в глобален безопасностен показател поради нелинейна температурна обратна връзка.

Избора на анализ трябва да се съгласува с целта на изследването. При оценка на локални критерии (напр. максимална температура на обвивката) е необходимо по-фино ниво на моделиране, докато при оценка на глобални параметри (напр. ефективен коефициент на размножение) може да бъде достатъчно по-общо описание. В регулаторния контекст на *BEPU* анализа е особено важно да се гарантира, че избраното ниво на моделиране е достатъчно детайлно, за да улови доминиращите механизми на неопределеност, но същевременно изчислително реализируемо при необходимия брой статистически реализации [1], [7].

Следователно многостепенните методи представляват не просто техническа организация на изчисленията, а съществен компонент на методологичната рамка за анализ на неопределеността. Те определят начина, по който локалните вариации се трансформират в глобални показатели и обратно, и следователно трябва да бъдат разглеждани като интегрална част от оператора на пропагация на неопределеностите в мулти-физичните реакторни модели.

## Съществуващи мулти-физични платформи

Развитието на мултифизичните реакторни модели през последните две десетилетия доведе до създаването на интегрирани изчислителни платформи, които обединяват неутронно-физични, термохидравлични и горивни модули в рамките на единна софтуерна архитектура. Тези платформи представляват практическа реализация на методологичната рамка, разгледана в предходните точки, като съчетават различни нива на свързване, стратегии за обмен на данни и подходи за интеграция на анализа на неопределеността.

Един от водещите примери за интегрирана мулти-физична среда е разработката в рамките на *CASL (Consortium for Advanced Simulation of Light Water Reactors)*, където е създадена платформа за високодетайлно моделиране на леки водни реактори. В този контекст се реализира тясно свързване между неутронно-физични и термохидравлични модули, като обменът на информация се осъществява на висока пространствена резолюция и с итеративна синхронизация. Интеграцията на анализа на неопределеността се подпомага чрез използването на инструменти като *DAKOTA*, които позволяват реализиране на *sampling-based* стратегии, чувствителностен анализ и статистическа обработка в рамките на същата изчислителна среда [12].

*DAKOTA (Design Analysis Kit for Optimization and Terascale Applications)* представлява универсален инструмент за управление на вариации, оптимизация и анализ на неопределеността, който може да бъде интегриран както в *offline*, така и в *online* архитектури. При *offline* схема *DAKOTA* функционира като външен управляващ слой, който генерира реализации на входните параметри, стартира мултифизичния код и акумулира резултатите. При по-тясна интеграция *DAKOTA* може да бъде свързан с вътрешната структура на кода, което позволява по-добър контрол върху корелациите и адаптивно семплиране [12]. Подобен подход е използван в изследвания, включващи свързване на *CTF (COBRA-TF)* с *DAKOTA* за оценка на термохидравлични неопределености и тяхното влияние върху локални температурни показатели [11], [14].

В международен контекст *OECD/NEA* инициативите за *UAM (Uncertainty Analysis in Modeling)* подчертават значението на координирания мултифизичен анализ и сравнителните изследвания между различни кодове и нива на детайлност [2], [5]. В рамките на тези инициативи се използват както *loosely coupled*, така и *tightly coupled* конфигурации, което

позволява оценка на влиянието на архитектурата върху резултатите и пропагацията на неопределеностите. Особено внимание се отделя на консистентността на входните данни и на съпоставимостта на статистическите метрики между различните платформи.

Съществуват и интегрирани реакторни системни кодове, които включват вътрешна мултифизична структура и позволяват реализиране на *BEPU* анализи директно в рамките на основния симулационен инструмент. В тези случаи *tight coupling* и *online* интеграция са често използвани, особено при транзитни анализи, където времевата синхронизация между домейните е критична за стабилността и точността на решението. Международната практика, отразена в документите на *IAEA*, подчертава, че изборът на платформа следва да бъде съобразен с целите на анализа, необходимото ниво на детайлност и изискванията за статистическа обосновааност на резултатите [1], [7].

От методологична гледна точка съществуващите мулти-физични платформи могат да бъдат класифицирани според степента на интеграция и степента на отвореност към *UQ* анализ. Някои среди са проектирани основно за детерминистични изчисления и позволяват неопределеностен анализ чрез външни инструменти, докато други са разработени с вградена поддръжка на семплиране, чувствителностен анализ и статистическа обработка. Тази разлика има съществено значение при формулиране на методологична рамка, тъй като определя дали *UQ* се разглежда като добавен модул или като интегрална част от симулационния процес.

Важно е да се отбележи, че независимо от конкретната платформа, ключовите предизвикателства остават сходни: осигуряване на консистентност между физичните домейни, коректно третиране на корелациите, избор на подходяща стратегия за семплиране и обосноваане определяне на размера на статистическата извадка. В този смисъл платформите представляват инструментална реализация на по-общата методологична рамка, а не нейна алтернатива.

Следователно съществуващите мулти-физични платформи демонстрират практическата приложимост на интегрирания анализ на неопределеността, но същевременно подчертават необходимостта от ясно дефинирана и последователна методология. Независимо дали се използва *loosely coupled offline* архитектура или *tightly coupled online* среда, принципите на идентификация, вероятно описание и пропагиране на неопределеностите остават фундаментални и определящи за надеждността на получените безопасностни показатели.

### **3.4. Софтуерна среда и използвани инструменти**

Реализацията на количествен анализ на неопределеността в мултифизични изчисления предполага не само формулиране на статистическа методология, но и

изграждане на последователна изчислителна архитектура, която да осигури коректна връзка между физичното моделиране и вероятностната интерпретация на резултатите. В контекста на съвременния *best-estimate* подход тази архитектура следва да гарантира, че детерминистичният модел е ясно отделен от статистическата обработка, като същевременно се осигурява пълна проследимост на влиянието на входните параметри върху крайните критерии за безопасност [1], [7].

Съгласно принципите, формулирани в рамките на международната практика по детерминистичен анализ на преходни процеси, използването на компютърни кодове при оценка на безопасността изисква ясно дефиниране на:

- физичните модели, описващи процесите в активната зона;
- числените схеми, чрез които тези модели се реализират;
- процедурите за оценка на надеждността на резултатите.

Именно третият компонент – количествената оценка на влиянието на неопределеностите – налага използването на специализирана изчислителна платформа, отделена от самия физичен код. [14]

В настоящата работа задачата се формулира чрез композиционен оператор

$$\mathbf{y} = \mathcal{M}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}),$$

където  $\mathcal{M}$  представлява мултифизичен модел на активната зона,  $\mathbf{x}$  – зададени експлоатационни условия,  $\boldsymbol{\theta}$  – вектор от параметри с неопределеност (физични константи, корелационни коефициенти, гранични условия), а  $\mathbf{y}$  – вектор от изходни величини, използвани за оценка на запасите по безопасност. Съществен момент е, че неопределеността не се въвежда на ниво уравнения, а на ниво входни параметри, което предполага многократно решаване на детерминистичния проблем при различни реализации на  $\boldsymbol{\theta}$ .

Тази постановка води до естественото разделяне на изчислителната среда на два функционални слоя. Първият слой реализира физичното моделиране на термохидравличните процеси и поведението на горивото, докато вторият слой управлява статистическата процедура, генерира вариации на входните параметри и извършва обработка на резултатите. Подобно структуриране е в съответствие с практиките в мултифизичното моделиране на ядрени реактори [5], както и с методологичните насоки за *BEPU* анализ [1].

В рамките на тази архитектура физичният модел на активната зона се реализира чрез субканалния код *CTF*, допълнен от модела за поведение на горивото *CTFFuel*, като двата компонента формират съвместен оператор

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_{CTF} \circ \mathcal{M}_{CTFFuel}.$$

Тази композиция осигурява двупосочна връзка между топло-хидравличното поле и температурното състояние на горивните елементи, което е от съществено значение при оценка на критерии като максимална температура на обвивката или запас до кризисен топлообмен.

Статистическият слой се реализира чрез платформата *DAKOTA*, която изпълнява ролята на външен управляващ алгоритъм. Чрез нея се реализира процедурата

$$\boldsymbol{\theta}_i \rightarrow \mathcal{M}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_i) \rightarrow \mathbf{y}_i,$$

като при  $N$  независими изпълнения се оценяват статистическите характеристики

$$\mu_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i, \sigma_y^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu_y)^2.$$

По този начин количествената оценка на неопределеността се извършва извън самия физичен код, което осигурява прозрачност на процедурата и възможност за контрол върху сходимостта на статистическите оценки. Този подход е съвместим както с класическия *Monte Carlo* метод, така и с процедурите за определяне на толерантни граници по *Wilks* [10], използвани в регулаторната практика.

Изборът на такава софтуерна конфигурация не е случаен. Той произтича от необходимостта да се осигури едновременно: физична адекватност на модела, числена устойчивост на решенията и статистическа обосновааност на крайните резултати. В съвременния контекст на анализ на безопасността надеждността на изчисленията не се определя единствено от точността на детерминистичния модел, а от способността да се оцени и количествено изрази влиянието на входните неопределености върху резултатите [7].

### 3.4.1. Преглед на *DAKOTA*: функционалности и архитектура

В контекста на количествения анализ на неопределеността платформата *DAKOTA* (*Design Analysis Kit for Optimization and Terascale Applications*) изпълнява ролята на алгоритмичен слой, който осигурява връзката между детерминистичния физичен модел и статистическата интерпретация на резултатите. За разлика от топло-хидравличните или неутронно-физичните кодове, които реализират решението на системи от частни диференциални уравнения, *DAKOTA* не съдържа физичен модел на реактора. Нейната функция е да управлява серия от детерминистични изчисления, да генерира вариации на входните параметри и да оценява чувствителността и разпределението на изходните величини [12].

Математически, ако мултифизичният модел на активната зона се представи чрез оператор

$$\mathbf{y} = \mathcal{M}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}),$$

то *DAKOTA* реализира итеративна процедура, при която се генерира множество реализации  $\boldsymbol{\theta}_i$  съгласно предварително зададено вероятностно разпределение и се изчислява съответният отклик

$$\mathbf{y}_i = \mathcal{M}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_i), i = 1, \dots, N.$$

Получената извадка  $\{\mathbf{y}_i\}$  служи за оценка на статистическите характеристики на изходните параметри. При *sampling-базирани* методи математическото очакване и дисперсията се оценяват чрез

$$\mu_y \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i, \sigma_y^2 \approx \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu_y)^2.$$

Този подход съответства на класическия *Monte Carlo* формализъм, като в *DAKOTA* са реализирани различни стратегии за намаляване на дисперсията и подобряване на сходимостта – напр. *Latin Hypercube Sampling, stratified sampling* и стохастични разширения от по-висок ред [12].

Особено съществено значение в контекста на *BEPU* анализа има възможността за определяне на толерантни граници съгласно *Wilks-овия* метод [10]. В този случай броят на необходимите детерминистични изпълнения се определя не от изискване за пълно възстановяване на разпределението, а от условието да се гарантира, с доверителна вероятност  $\gamma$ , че определен процент  $\beta$  от популацията се намира под максималната наблюдавана стойност. За едностранна толерантна граница зависимостта има вида

$$N = \frac{\ln(1 - \gamma)}{\ln(\beta)},$$

което позволява формално определяне на броя симулации в съответствие с регулаторните изисквания [1]. По този начин *DAKOTA* осигурява директна реализация на статистическата част от *BEPU* методологията.

Архитектурно платформата е изградена върху модулен принцип, включващ три основни слоя [12]: слой на методите (*methods layer*), слой на модела (*model layer*) и интерфейсен слой (*interface layer*). Слой на методите определя използвания алгоритъм –

*UQ*, оптимизация, калибриране или анализ на чувствителност. Слойт на модела описва връзката между *DAKOTA* и външния детерминистичен код, който се третира като „черна кутия“. Интерфейсният слой осъществява обмена на входни и изходни данни чрез файлови или скриптов механизми.

Тази структура позволява гъвкаво интегриране на различни физични кодове без промяна в тяхната вътрешна числена реализация. В контекста на мултифизичното моделиране подобна външна управляваща архитектура съответства на *loose-coupling* схемите, при които отделните физични домейни запазват автономността си, а статистическата обработка се извършва извън тях [5], [13]. Предимството на този подход е прозрачността на процедурата и възможността за паралелизация на независимите изчисления, което е критично при голям брой реализации  $N$ .

Освен *sampling*-базирани методи, *DAKOTA* включва и детерминистични техники за анализ на чувствителността, базирани на градиентни оценки и вариационни формализми. В този контекст могат да се оценят локални коефициенти на чувствителност

$$S_j = \frac{\partial y}{\partial \theta_j},$$

както и глобални мерки, свързани с вариационното разлагане на дисперсията, в съответствие с теоретичните постановки на *Sacsi* [8]. Това позволява количествено ранкиране на входните параметри по степен на влияние върху изходната величина – стъпка, която е съществена при редуциране на размерността на стохастичното пространство.

В по-широк регулаторен контекст използването на външна *UQ* платформа съответства на изискването детерминистичният модел да бъде подложен на количествен анализ на неговата предсказателна способност [15].

По този начин надеждността на резултатите не се основава единствено на физичната адекватност на кода, а и на способността да се оцени статистическият обхват на възможните отклонения.

Следователно *DAKOTA* изпълнява ключова методологична функция в използваната изчислителна среда: тя формализира прехода от детерминистично решение към вероятно описание на отклика на системата. Именно тази трансформация позволява количествено определяне на запасите по безопасност при наличие на входни неопределености и обосновава избора на платформата като централен елемент на статистическия слой в настоящото изследване.

### 3.4.2. CTF: субканален термохидравличен модел

Детерминистичната физична основа на мултифизичната изчислителна среда в настоящото изследване се формира от субканалния топло-хидравличен код *CTF (COBRA-TF)*, предназначен за детайлно описание на течението и топлообмена в активната зона на реактори от тип *LWR*. Изборът на субканален модел е обоснован от необходимостта да се постигне достатъчно пространствено разрешение на локалните параметри при съхраняване на изчислителна ефективност, позволяваща многократни изпълнения в рамките на анализ на неопределеността [1], [7].

Субканалният подход представлява междинно ниво между системните кодове и *CFD* моделирането. Геометрията на касетата се дискретизира на система от взаимосвързани субканални, съответстващи на пространствата между горивните пръти. За всеки субканал се решава система от уравнения за запазване на масата, импулса и енергията за двуфазен поток.

Уравнението за запазване на масата за фаза  $k$  (течна или парна) се записва като

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k A) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_k \rho_k A u_k) = \Gamma_k,$$

където:

- $\alpha_k$  — обемна фракция на фазата  $k$ ;
- $\rho_k$  — плътност на фазата [ $\text{kg/m}^3$ ];
- $A$  — площ на напречното сечение на субканала [ $\text{m}^2$ ];
- $u_k$  — осреднена аксиална скорост [ $\text{m/s}$ ];
- $\Gamma_k$  — масообменен член вследствие на фазов преход.

Първият член описва акумулацията на маса във времето, вторият – конвективния пренос по аксиалната координата  $z$ , а десният член – масовия обмен между фазите.

Уравнението за импулса има вида

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k A u_k) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_k \rho_k A u_k^2) = -\alpha_k A \frac{\partial p}{\partial z} + F_{w,k} + F_{i,k} + \alpha_k \rho_k A g,$$

където:

- $p$  — налягане;
- $F_{w,k}$  — сила на триене по стената;
- $F_{i,k}$  — междуфазна сила на взаимодействие;
- $g$  — ускорение на свободното падане.

Тук градиентът на налягането определя задвижването на потока, триенето по стената и междуфазното взаимодействие определят хидравличните загуби, а гравитационният член отчита хидростатичното влияние.

Енергийното уравнение е формулирано чрез енталпията:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k A h_k) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_k \rho_k A u_k h_k) = Q_{w,k} + Q_{i,k} + \Gamma_k h_i,$$

където:

- $h_k$ — специфична енталпия;
- $Q_{w,k}$ — топлинен поток от стената към фазата;
- $Q_{i,k}$ — междуфазен топлообмен;
- $h_i$ — енталпия на интерфейса.

Тези уравнения са формулирани в осреднен по напречното сечение вид и представляват система от нелинейни диференциални уравнения от първи ред по пространствената координата  $z$ . Нелинейността произтича от зависимостта на плътността, енталпията и транспортните коефициенти от температурата, налягането и фазовото състояние.

Численото решение се осъществява чрез дискретизация по аксиалната координата и времева интеграция с използване на имплицитни или полу-имплицитни схеми, осигуряващи стабилност при бързи преходни процеси и силно нелинейно поведение [11], [14]. Пространственото взаимодействие между субканалите се реализира чрез моделиране на напречни масови и енергийни потоци, определяни от градиенти на налягането и емпирични коефициенти за смесване.

Конститутивните зависимости, чрез които се определят  $F_{w,k}$ ,  $F_{i,k}$ ,  $Q_{w,k}$  и  $\Gamma_k$  представляват емпирични или полу-емпирични корелации за триене, междупластов обмен, кипене и критичен топлинен поток. Именно тези зависимости са сред основните източници на моделна неопределеност. Вариации в корелациите за критичен топлинен поток или в коефициентите на турбулентно смесване могат да доведат до съществени изменения в изчисления запас до кризисен топлообмен, което обосновава необходимостта от последващ анализ на чувствителността.

В рамките на мултифизичната интеграция *CTF* приема като вход локалното топлинно натоварване от горивния елемент и изчислява температурното и хидравличното поле на охладителя. Получените параметри формират гранични условия за модела на горивото, което осигурява двупосочна термохидравлична връзка. Подобна структура съответства на съвременните практики в мултифизичното моделиране на активната зона [5], [13].

Следователно *CTF* представлява детерминистичния оператор в общата композиция на мултифизичния модел. Неговото включване в стохастична процедура, управлявана от *DAKOTA*, позволява количествено определяне на влиянието на входните неопределености върху локалните критерии за безопасност, което е ключов елемент от настоящото изследване.

### 3.4.3. *CTFFuel*: модел на горивото и връзката му с *CTF*

Термохидравличното поле, изчислено чрез *CTF*, не представлява самостоятелна крайна цел на анализа, а гранично условие за описанието на термо-механичното състояние на горивния елемент. Поради това мултифизичната постановка изисква включване на модел за поведение на горивото, който да отчита топлопроводността в таблетката, температурния градиент през обвивката и взаимодействието гориво–охладител. В използваната изчислителна среда тази функция се реализира чрез модула *CTFFuel*, който осигурява аксиално и радиално разрешение на температурното поле в горивния прът и реализира обратна връзка към термохидравличния модел.

Физичната основа на *CTFFuel* се състои в решаването на нестационарното уравнение на топлопроводността в цилиндрична геометрия. При осева симетрия и пренебрегване на аксиалната проводимост (което е стандартно допускане при субканален анализ) уравнението приема вида

$$\rho_f c_f \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k_f r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q''' ,$$

където:

- $T(r, t)$ — температурата в радиална посока;
- $r$ — радиална координата;
- $\rho_f$ — плътност на горивото;
- $c_f$ — специфичен топлинен капацитет;
- $k_f$ — коефициент на топлопроводност;
- $q'''$ — обемна мощностна плътност ( $\text{W}/\text{m}^3$ ), определяна от неутронно-физичното натоварване.

Първият член от лявата страна описва акумулацията на енергия, вторият – радиалната топлопроводност, а десният член – вътрешния източник на топлина, обусловен от деленията в горивото. Нелинейността на задачата произтича от температурната зависимост на топлопроводността  $k_f(T)$ , както и от зависимостите на топлинния капацитет и геометричните параметри при термично разширение.

Граничното условие в центъра на горивната таблетка е симетрично:

$$\frac{\partial T}{\partial r} |_{r=0} = 0,$$

докато на външната повърхност на обвивката се задава условие за конвективен топлообмен:

$$-k_{cl} \frac{\partial T}{\partial r} |_{r=R_{cl}} = h(T_{cl} - T_{cool}),$$

където:

- $k_{cl}$  — топлопроводност на обвивката;
- $R_{cl}$  — външен радиус на обвивката;
- $h$  — коефициент на топлообмен, определян от  $CTF$ ;
- $T_{cool}$  — температура на охладителя, изчислена от субканалния модел.

Точно тази зависимост реализира връзката между  $CTFFuel$  и  $CTF$ : термохидравличният код предоставя локалната температура на охладителя и коефициента на топлообмен, а моделът на горивото връща топлинния поток към стената, който се използва като източник в енергийното уравнение на  $CTF$ . Така се реализира двупосочна термохидравлична обратна връзка.

В операторен вид мултифизичната композиция може да бъде представена като

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_{CTF} \circ \mathcal{M}_{CTFFuel},$$

където  $\mathcal{M}_{CTFFuel}$  преобразува разпределението на линейната мощност и граничните условия от охладителя в температурно поле в горивото и съответен топлинен поток към стената. Този поток служи като вход към енергийното уравнение на  $CTF$ , което затваря системата.

От гледна точка на анализа на неопределеността моделът на горивото въвежда допълнителни параметрични зависимости: топлопроводност на горивото, дебелина на междинния газов слой, свойства на обвивката, температурна зависимост на материалните характеристики. Вариациите в тези параметри могат съществено да повлияят върху максималната температура в центъра на таблетката и температурата на обвивката – величини, които са пряко свързани с критериите за безопасност [1].

Численото решение на уравнението за топлопроводност се реализира чрез радиална дискретизация (метод на крайните разлики или крайни обеми) и имплицитна времева схема, осигуряваща стабилност при бързи промени в топлинното натоварване. Това позволява съвместима времева интеграция с термохидравличния модел.

В рамките на интегрираната изчислителна среда *CTFFuel* не се разглежда като независим инструмент, а като съставна част от мулти-физичен оператор, чиято чувствителност към входните параметри следва да бъде оценена количествено. В комбинация с *DAKOTA* това позволява да се анализира влиянието на неопределеностите в материалните свойства и топлинните корелации върху крайните температурни критерии и запасите по безопасност.

По този начин включването на *CTFFuel* осигурява завършеност на физичния модел на активната зона, като интегрира вътрешната топлопроводност на горивото с външния топлообмен към охладителя, и формира необходимата основа за последващата интеграция на цялата система в рамките на анализа на неопределеността.

### 3.4.4. Интеграция *DAKOTA* – *CTF* – *CTFFuel*

Интеграцията на *DAKOTA*, *CTF* и *CTFFuel* представлява ключовия етап, в който теоретичната рамка за анализ на неопределеността се реализира в конкретна изчислителна последователност. Докато *CTF* и *CTFFuel* формират съвместния детерминистичен мултифизичен модел на активната зона, *DAKOTA* осигурява стохастичния слой, чрез който се въвеждат вариации на входните параметри и се оценяват статистическите характеристики на изходните величини.

Общата композиция може да бъде формализирана чрез операторното представяне

$$\mathbf{y}_i = \mathcal{M}_{\text{CTF}}(\mathcal{M}_{\text{CTFFuel}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_i)), i = 1, \dots, N,$$

където  $\boldsymbol{\theta}_i$  представлява  $i$ -тата реализация на вектора от неопределени параметри. Този вектор може да включва:

- материални свойства на горивото и обвивката;
- корелационни коефициенти за топлообмен и триене;
- гранични условия (дебит, входна температура, налягане);
- параметри, свързани с геометрични допускания.

Процедурата започва с дефиниране на вероятностните разпределения на входните параметри. *DAKOTA* генерира извадка  $\{\boldsymbol{\theta}_i\}$  съгласно избрания *sampling* алгоритъм (*Monte Carlo*, *Latin Hypercube* и др.) [12]. За всяка реализация се извършва последователно детерминистично изчисление на мулти-физичния модел:

1. *CTFFuel* изчислява температурното поле в горивния прът и съответния топлинен поток към стената;
2. *CTF* използва този поток като гранично условие и решава системата от уравнения за двуфазния поток;

3. Извеждат се изходните величини , релевантни за оценка на безопасността.

След приключване на независими изпълнения се формира извадка от response величини, въз основа на която се оценяват статистическите характеристики

$$\mu_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i, \sigma_y^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu_y)^2.$$

Освен оценка на средна стойност и дисперсия, интегрираната среда позволява директно извличане на емпиричното разпределение на величината  $y$ , което е от особено значение при определяне на квантилни характеристики и толерантни граници съгласно *Wilks-овия* подход [10]. Това е съществено в контекста на *BEPU* методологията, където се изисква статистическа гаранция за покритие на неблагоприятните сценарии [1].

От архитектурна гледна точка интеграцията се реализира чрез външен управляващ скрипт или интерфейс, който осъществява обмен на входни и изходни файлове между *DAKOTA* и физичните кодове. *CTF* и *CTFFuel* функционират като „черни кутии“, без модификация на техния вътрешен числен алгоритъм. Подобна *loose-coupling* схема е широко използвана в мултифизични приложения, тъй като осигурява независимост на отделните компоненти и позволява паралелизация на изчисленията [5], [13].

Интегрираната система може да бъде интерпретирана като композиция от детерминистичен оператор  $\mathcal{M}$  и стохастичен оператор  $\mathcal{S}$ , където

$$\mathcal{S}: \boldsymbol{\theta} \rightarrow \{\boldsymbol{\theta}_1, \dots, \boldsymbol{\theta}_N\},$$

а

$$\mathcal{M}: \boldsymbol{\theta}_i \rightarrow y_i.$$

Крайният резултат е стохастично множество  $\{y_i\}$ , което представлява приближение на разпределението на response величината. В този смисъл мултифизичният модел се превръща в стохастичен оператор, чието поведение се характеризира не чрез единична стойност, а чрез вероятно описание.

Особено важно е, че в тази конфигурация неопределеностите не се „вграждат“ вътре в самия физичен код, а се третираат като външни параметрични вариации. Това съответства на принципа на разделяне между физично моделиране и статистическа интерпретация, препоръчан в международната практика по анализ на безопасността [7]. Така се осигурява прозрачност на процедурата, проследимост на източниците на вариабилност и възможност за систематично ранкиране на параметрите по степен на влияние.

Следователно интеграцията *DAKOTA-CTF-CTFFuel* не представлява просто техническо свързване на три програмни продукта, а реализира формално обоснована методологична схема, чрез която детерминистичният мултифизичен модел се трансформира в инструмент за количествен анализ на неопределеността. Тази схема формира основата за последващата интерпретация на резултатите и оценката на запасите по безопасност в условия на параметрична вариабилност.

### 3.4.5. Ограничения и предпоставки на използваните модели

Въпреки че интегрираната изчислителна среда *DAKOTA-CTF-CTFFuel* позволява последователна реализация на анализ на неопределеността в мултифизични пресмятания, получените резултати следва да бъдат интерпретирани в рамките на допусканията и ограниченията, присъщи както на физичните модели, така и на статистическата процедура. Съгласно международната практика при детерминистичен анализ на оперативни събития [15], надеждността на изчисленията не се определя единствено от числената стабилност на кода, а от степента, в която използваните модели адекватно описват реалните физични процеси и границите на тяхната приложимост.

Първата група ограничения произтича от субканалната постановка на термохидравличния модел. Осредняването по напречното сечение на субканала предполага, че локалните тримерни структури на течението – вихрови зони, локални турбулентни анизотропии и сложни интерфейсни конфигурации при двуфазен поток – се представят чрез ефективни параметри и емпирични коефициенти. В резултат на това моделът осигурява пространствено разрешение на нивото на субканала, но не възпроизвежда детайлната *CFD* структура на потока. Това ограничение е съзнателен компромис между физична детайлност и изчислителна ефективност, който позволява многократно изпълнение на модела в рамките на *UQ* процедурата.

Втората група ограничения е свързана с използваните конститутивни зависимости. Корелациите за триене, междуфазен обмен, кипене и критичен топлинен поток са получени на база експериментални данни в определени диапазони на налягане, масов дебит и геометрия. Приложението им извън валидирания интервал може да доведе до систематични отклонения. Следователно параметричната неопределеност, въведена в анализа, отразява статистическа вариабилност около приетите корелации, но не елиминира възможността за структурна (*model-form*) неопределеност.

При модела на горивото допускането за осева симетрия и пренебрегване на аксиалната топлопроводност опростява математическата постановка, но изключва възможността за описание на локални нееднородности в мощностното разпределение. Освен това температурната зависимост на топлопроводността и термо-механичните свойства се описва чрез аналитични зависимости, които също са обект на експериментална

неопределеност. Тези фактори ограничават точността на изчислената максимална температура в центъра на таблетката и на обвивката.

От гледна точка на мултифизичната интеграция използваната схема представлява *loose-coupling* архитектура, при която обменът на информация между *CTF* и *CTFFuel* се осъществява на дискретни времеви стъпки. Това предполага, че при силно бързи преходни процеси може да възникне числена чувствителност към избраната времева стъпка и критериите за сходимост. Въпреки че имплицитните схеми осигуряват устойчивост, остава необходимостта от контрол на числените грешки.

От статистическа гледна точка *sampling-базираните* методи предполагат крайна извадка от реализации  $N$ . Следователно оценките на математическото очакване и дисперсията представляват статистически приближения:

$$\mu_y \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i, \sigma_y^2 \approx \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu_y)^2.$$

Сходимостта на тези оценки се подчинява на закона за намаляване на стандартната грешка пропорционално на  $1/\sqrt{N}$ , което означава, че значително увеличаване на точността изисква съществено увеличаване на броя детерминистични изпълнения. При използване на *Wilks-овия* подход [10] броят на необходимите симулации се определя от избраното доверително ниво и вероятностно покритие, но този метод гарантира статистическа граница, а не пълно възстановяване на разпределението.

Съществено ограничение представлява и допускането за независимост или предварително зададена ковариационна структура на входните параметри. Непълното познание за корелациите между физичните величини може да доведе до подценяване или надценяване на общата дисперсия, както следва от зависимостта

$$\text{var}(R) = \mathbf{S}^T \mathbf{C} \mathbf{S},$$

където  $\mathbf{C}$  е ковариационната матрица на входните параметри, а  $\mathbf{S}$  – векторът на чувствителностите. Неправилно зададена ковариационна структура може да повлияе съществено на оценката на неопределеността.

Накрая следва да се подчертае, че интегрираната изчислителна среда осигурява количествена оценка на параметричната неопределеност, но не елиминира напълно структурната неопределеност, свързана с избора на модел, числена дискретизация и използвани физични приближения. В съответствие с международните препоръки резултатите от анализа следва да се интерпретират в контекста на валидираните диапазони на приложимост на кодовете и използваните корелации [15].

Следователно ограниченията и предпоставките на използваните модели не представляват слабост на методологията, а неразделна част от научната интерпретация на резултатите. Ясното им формулиране гарантира коректност при оценката на запасите по безопасност и определя границите на доверие в получените количествени оценки на неопределеността.

## 4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ЧАСТ

Целта на експерименталната част е да се намери неопределеността, необходима за формулата за топлопроводност на гориво и стена (т.е. анализираме неопределеността на формулата за топлопроводност на горивото)

### 4.1. Анализ на неопределеността на корелацията за топлопроводността на гориво

В първата част от експерименталната част се разглежда неопределеността на използваната корелация за топлопроводността на горивото  $UO_2$  с относителна плътност 95%. За целите на анализа се използва температурната зависимост :

$$\lambda_f(\tau) = \frac{100}{7.5408 + 17.692\tau + 3.6142\tau^2} + \frac{6400}{\tau^{5/2}} \exp\left(\frac{-16.35}{\tau}\right) \quad (1)$$

където

$$\tau = \frac{T}{1000} \quad , \quad T[K].$$

където

$$\Delta\lambda_f(\tau) = \Delta\lambda_{f1}(\tau) + \Delta\lambda_{f2}(\tau)$$

Разделяме членовете:

$$\lambda_{f1}(\tau) = \frac{100}{7.5408 + 17.692\tau + 3.6142\tau^2}$$

Със съответна неопределеност:

$$\frac{\Delta\lambda_{f1}(\tau)}{\lambda_{f1}(\tau)} = \frac{\Delta\lambda_{f11}(\tau)}{\lambda_{f11}(\tau)} + \frac{\Delta\lambda_{f2}(\tau)}{\lambda_{f21}(\tau)}$$

От тук също се получава:

$$\lambda_{f11}(\tau) = 100$$

Това няма грешка, дефинирана по условие

$$\lambda_{f21}(\tau) = 7.5408 + 17.692\tau + 3.6142\tau^2$$

От тук за членът се получава следното:

$$\frac{\Delta\lambda_{f2}(\tau)}{\lambda_{f21}(\tau)} = \frac{(17.692\Delta\tau + 7.228\tau\Delta\tau)}{7.5408 + 17.692\tau + 3.6142\tau^2}$$

За втория член:

$$\lambda_{f2}(\tau) = \frac{6400}{\tau^{5/2}} \exp\left(\frac{-16.35}{\tau}\right)$$

се дефинира грешка както следва:

$$\Delta\lambda_{f2}(\tau) = \frac{6400}{\tau^{5/2}} \exp\left(\frac{-16.35}{\tau}\right)$$

тук

$$\lambda_{f12}(\tau) = \frac{6400}{\tau^{5/2}}$$

$$\lambda_{f22}(\tau) = \exp\left(\frac{-16.35}{\tau}\right)$$

Получените зависимости показват как неопределеността на входната величина  $\tau$  се пренася към топлопроводността  $\lambda_f$ , което представлява аналитично описание на разпространението на неопределеността. Изборът на относителната неопределеност на входната величина  $\tau$ , равна на 1%, е направена с цел да се анализира чувствителността на корелацията при малки вариации на входния параметър. При този подход се приема, че измененията на  $\tau$  са достатъчно малки.

Избраната стойност 1% е представителна за типични неопределености, свързани с измерването и определянето на температурата, както и с числените приближения при използването на корелации за термофизични свойства. По този начин се осигурява реалистична оценка на влиянието на входните вариации върху топлопроводността, без да се въвеждат допълнителни нелинейни ефекти.

Следва да се отбележи, че целта на настоящия анализ не е да се определи точната експерименталната неопределеност на параметър  $\tau$ , а да се проследи механизмът на пренасяне на неопределеността през използваната корелация. Поради това избраната стойност служи като представителен пример за оценка на транспорта на неопределеността.

$$\Delta\tau = 0,01\tau$$

Чрез тази зависимост се извършва числена оценка на разпространението на неопределеността, като за различни стойности на температурата се изчисляват съответните стойности на топлопроводността и нейната неопределеност.

Аналогично за неопределеностите се получава:

$$\frac{\Delta\lambda_2(\tau)}{\lambda_{f2}(\tau)} = \frac{\Delta\lambda_{f12}(\tau)}{\lambda_{f12}(\tau)} + \frac{\Delta\lambda_{f2}(\tau)}{\lambda_{f22}(\tau)}$$

Където:

$$\frac{\Delta\lambda_{f12}(\tau)}{\lambda_{f1}(\tau)} = \frac{5\Delta\tau}{2\tau}$$

$$\frac{\Delta\lambda_{f2}(\tau)}{\lambda_{f2}(\tau)} = \left(1 + \frac{16.35\Delta\tau}{\tau^2}\right)$$

От тук се получава за грешката:

$$\Delta\lambda_2(\tau) = \left[\frac{5\Delta\tau}{2\tau} + \left(1 + \frac{16.35\Delta\tau}{\tau^2}\right)\right] \frac{6400}{\tau^{5/2}} \exp\left(\frac{-16.35}{\tau}\right)$$

$$\Delta\lambda_f(\tau) = \frac{(17.692\Delta\tau + 7.228\tau\Delta\tau)100}{(7.5408 + 17.692\tau + 3.6142\tau^2)^2} + \left[\left(1 + \frac{16.35\Delta\tau}{\tau^2}\right) + \frac{5}{2} \frac{6400\Delta\tau}{\tau^{7/2}}\right] \frac{6400}{\tau^{5/2}} \exp\left(\frac{-16.35}{\tau}\right)$$

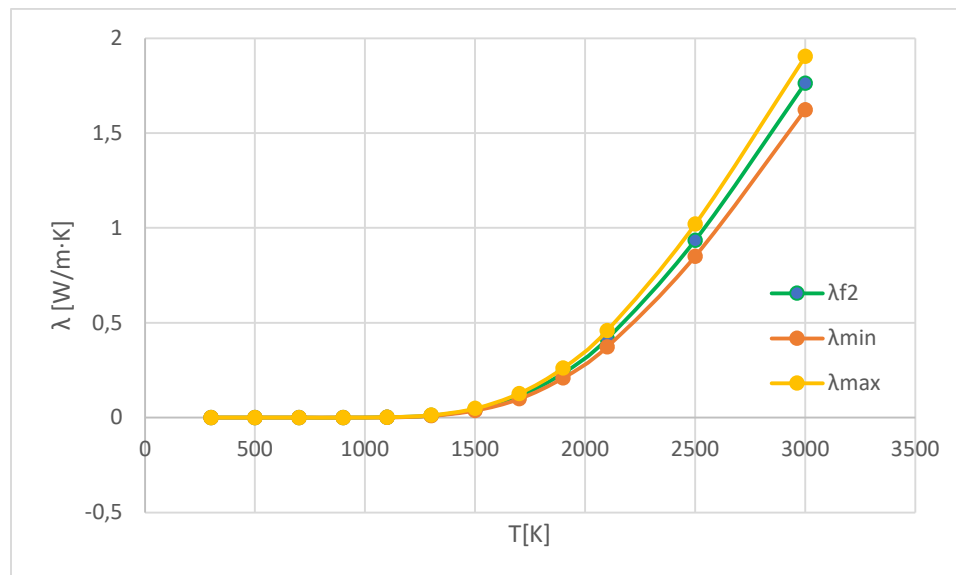
Тази зависимост дава аналитичен израз за разпространение на грешката дефинирана за  $\tau = \frac{T}{1000}$ . С използването на този израз е извършена количествената оценка на транспорта на неопределеността, както и за представителни стойности на топлопроводността и нейната неопределеност. Резултатите са представени в Табл. 1, където :

- $T$  – температурата на горивото, [K];
- $\tau$  – безразмерен параметър, дефиниран като  $\tau = T/1000$ ;
- $\Delta\tau$  – абсолютната неопределеност на входната величина  $\tau$  ;
- $\lambda_{f2}$  – член на корелацията за топлопроводността;
- $\Delta\lambda_{f2}$  - принос на отделните членове към общата неопределеност;
- $\lambda_{min}, \lambda_{max}$  – минимална и максимална стойност на топлопроводността, определени чрез разпространението на неопределеността

$T[K]$	$\tau$	$\Delta\tau$	$\lambda_{f2}$	$\Delta\lambda_{f2}$	$\lambda_{min}$	$\lambda_{max}$
300	0,3	0,003	2,78181E-19	1,58563E-19	1,196E-19	4,3674E-19
500	0,5	0,005	2,2768E-10	8,01435E-11	1,475E-10	3,0782E-10
700	0,7	0,007	1,12087E-06	2,89826E-07	8,31E-07	1,4107E-06
900	0,9	0,009	0,000107372	2,21902E-05	8,518E-05	0,00012956
1100	1,1	0,011	0,001768084	0,000307004	0,0014611	0,00207509
1300	1,3	0,013	0,011461285	0,001728009	0,0097333	0,01318929
1500	1,5	0,015	0,042868864	0,005744428	0,0371244	0,04861329
1700	1,7	0,017	0,113022946	0,013695722	0,0993272	0,12671867
1900	1,9	0,019	0,235547049	0,02615812	0,2093889	0,26170517
2100	2,1	0,021	0,416235373	0,042812781	0,3734226	0,45904815
2500	2,5	0,025	0,935500536	0,084569248	0,8509313	1,02006978
3000	3	0,03	1,763891676	0,140229388	1,6236623	1,90412106

Табл. 1 Температурна зависимост на топлопроводността и интервала на неопределеност

С цел по – добра интерпретация на резултатите, получените стойности са представени графично.



Фиг. 2 Температурна за висисимост на топлопроводността и интервала на неопределеност

За оценка на транспорта на неопределеността е зададен входен интервал на параметъра  $\tau$  под формата на относителната вариация  $\Delta\tau = \pm 0,01\tau$ . При този интервал се

наблюдава съответно изменение на топлопроводността  $\Delta\lambda_f$ , което позволява да се оцени чувствителността на корелацията спрямо входната величина.

От графиката се вижда, че при зададената вариация на  $\tau$  се получава нарастващо изменение на топлопроводността с увеличаване на температурата. Това означава, че една и съща относителна неопределеност на входния параметър води до различна по величини неопределеност в изходната величина, което е характерно за нелинейни зависимости.

Наблюдава се, че при по – ниски температури, интервалът на неопределеност е относително тесен, докато при по – високи температури разликата между  $\lambda_{min}, \lambda_{max}$  значително нараства. Това показва, че неопределеността се усилва при пренасянето ѝ през корелацията, т.е. наблюдава се усилване на неопределеността.

Следователно, може да се заключи, че транспортът на неопределеността в разглежданата корелация не е постоянен, а зависи от температурата. При високи температури корелацията е по – чувствителна към вариации на входния параметър  $\tau$ , което води до по – голяма неопределеност в изчислената топлопроводност.

Тази зависимост задава номиналната стойност на топлопроводност на горивото като функция от температурата. Към тази корелация е посочена относителна неопределеност, равна  $\pm 10\%$  в температурния интервал от 298.15 до 2000 К и  $\pm 20\%$  в интервала от 2000 до 3120 К. [16]

За дадената температура  $T$ , абсолютната неопределеност на топлопроводността, може да се определи чрез произведението на номиналната стойност на корелацията и съответната относителна неопределеност:

$$\Delta\lambda_f(T) = \delta_\lambda \lambda_f(T) \quad (2)$$

където

$$\delta_\lambda = \begin{cases} 0.10, & 298.15 \leq T \leq 2000 \text{ К} \\ 0.20, & 2000 < T \leq 3120 \text{ К} \end{cases} \quad (3)$$

Абсолютната неопределеност се записва по следния начин :

$$\Delta\lambda_f(T) = 0.10\lambda_f(T), \quad 298.15 \leq T \leq 2000 \text{ К} \quad (4)$$

$$\Delta\lambda_f(T) = 0.20\lambda_f(T), \quad 2000 < T \leq 3120 \text{ К} \quad (5)$$

По този начин, може да бъде представена и топлопроводността на горивото в интегрална форма:

$$\lambda_f(T) = \lambda_f^{nom}(T) \pm \Delta\lambda_f(T), \quad (6)$$

Където  $\lambda_f^{nom}(T)$  е стойността, получена от корелацията в уравнение (1), а  $\Delta\lambda_f(T)$  е абсолютната неопределеност на топлопроводността.

Чрез уравнения (1)-(6) се оценява диапазонът на възможните стойности на топлопроводността на горивото при различни температури, като основа за следващите изчисления

Въвеждаме минималната ( $\lambda_{min}$ ) и ( $\lambda_{max}$ ) стойност, тъй като топлопроводността определя температурата в горивната таблетка.

$$\lambda_{min} = \lambda_f - \Delta\lambda_f \quad (7)$$

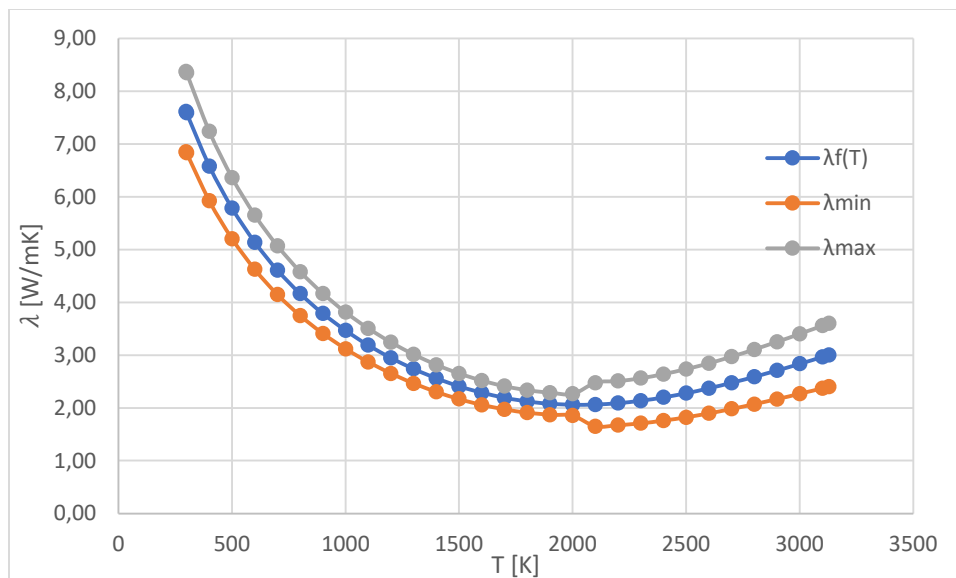
$$\lambda_{max} = \lambda_f + \Delta\lambda_f \quad (8)$$

Ако използваме в модела  $\lambda^{nom}$  реалната топлопроводност може да бъде по- малка или по – голяма. Това води до различни температури в горивото. Въвеждайки минималата и максималната стойност на топлопроводността, може да се оцени диапазонът на възможните стойности на този параметър. Получения интервал  $[\lambda_{min}, \lambda_{max}]$  характеризира възможните отклонения на реалната топлопроводност спрямо номиналната стойност.

T [K]	$\tau = T/1000$	$\lambda_f(T)$ [W/mK]	$\delta\lambda$ [%]	$\Delta\lambda_f(T)$	$\lambda_{min}$	$\lambda_{max}$
298	0,30	7,61	0,10	0,76	6,85	8,38
300	0,30	7,59	0,10	0,76	6,83	8,35
400	0,40	6,58	0,10	0,66	5,92	7,24
500	0,50	5,78	0,10	0,58	5,21	6,36
600	0,60	5,14	0,10	0,51	4,63	5,65
700	0,70	4,61	0,10	0,46	4,15	5,07
800	0,80	4,17	0,10	0,42	3,75	4,58
900	0,90	3,79	0,10	0,38	3,41	4,17
1000	1,00	3,47	0,10	0,35	3,12	3,81
1100	1,10	3,19	0,10	0,32	2,87	3,51
1200	1,20	2,95	0,10	0,29	2,65	3,24
1300	1,30	2,74	0,10	0,27	2,47	3,01
1400	1,40	2,56	0,10	0,26	2,31	2,82
1500	1,50	2,41	0,10	0,24	2,17	2,65
1600	1,60	2,29	0,10	0,23	2,06	2,52
1700	1,70	2,19	0,10	0,22	1,97	2,41
1800	1,80	2,12	0,10	0,21	1,91	2,34
1900	1,90	2,08	0,10	0,21	1,87	2,29
2000	2,00	2,06	0,10	0,21	1,86	2,27
2100	2,10	2,07	0,20	0,41	1,65	2,48
2200	2,20	2,09	0,20	0,42	1,67	2,51
2300	2,30	2,14	0,20	0,43	1,71	2,56
2400	2,40	2,20	0,20	0,44	1,76	2,64
2500	2,50	2,28	0,20	0,46	1,82	2,74
2600	2,60	2,37	0,20	0,47	1,90	2,85
2700	2,70	2,48	0,20	0,50	1,98	2,97
2800	2,80	2,59	0,20	0,52	2,07	3,11
2900	2,90	2,71	0,20	0,54	2,17	3,25
3000	3,00	2,84	0,20	0,57	2,27	3,40
3100	3,10	2,97	0,20	0,59	2,37	3,56
3128	3,13	3,00	0,20	0,60	2,40	3,60

Табл. 2 Температурната зависимост на номиналната проводност на горивото  $UO_2$  и интервалът на неопределеност, определен чрез  $\lambda_{min}$  и  $\lambda_{max}$

Определянето на границите  $\lambda_{min}$  и  $\lambda_{max}$  представлява необходима стъпка при анализа на влиянието на неопределеностите върху топлопроводимостта.



Фиг.3 Температурна зависимост на номиналната, минималната и максималната топлопроводност на горивото  $UO_2$

На фигурата са представени температурните зависимости на номиналната, минималната и максималната топлопроводност на горивото  $UO_2$ . На графиката се наблюдава следната тенденция – с увеличаване на температурата, топлопроводността намалява. Това е характерно за горивото  $UO_2$ .

Минималната и максималната стойност на топлопроводимостта определят диапазонът на възможните стойности. В интервал от 2000 K интервалът между  $\lambda_{min}$  и  $\lambda_{max}$  се увеличава. Това се дължи на нарастването на относителната неопределеност на корелацията от  $\pm 10\%$  до  $\pm 20\%$ . Това води до разширяване на диапазона между минималната и максималната възможна стойност на топлопроводимост при високи температури.

Тези резултати показват, че с увеличаване на температурата, топлопроводимостта на горивото намалява. Едновременно с това се увеличава и абсолютната неопределеност, което води до по-голямо разсейване на възможните стойности.

Сравнението между аналитично определените граници на топлопроводимостта и статистически получени резултати показва добра съгласуваност при ниски температури, където зависимостта е слабо нелинейна. При по-високи температури се наблюдават отклонения, което се дължи на усилване на нелинейния характер на корелацията и по-силното влияние на входните неопределености.

Аналитичния метод, базиран на разпространение на неопределеността чрез чувствителностни коефициенти, дава бърза и ефективна оценка на диапазона на възможните стойности. Той не е ограничен до локално поведение около номиналната стойност. От друга страна, статистическият метод позволява по-пълно описание на разпределението на резултатите, като отчита нелинейностите и възможните асиметрии в разсейването.

Получените резултати показват, че при високи температури, статистическият подход дава по – реалистична оценка на неопределеността, докато аналитичният метод може да подцени или надцени диапазона в зависимост от характера на зависимостта. Това потвърждава необходимостта от комбинирано използване на двата подхода при анализ на топлопроводността на ядреното гориво.

## 4.2. Анализ на влиянието на степента на изгаряне върху топлопроводността на горивото

Топлопроводимостта на ядреното гориво  $UO_2$  не зависи единствено от температурата, но и от степента на изгаряне (*burnup*). В резултат на продължително облъчване в активната зона на реактора, в горивото настъпват редица структурни изменения, натрупване на дефекти в кристалната решетка, образуване на продукти на делене и др. Тези процеси намаляват ефективната топлопроводност на материала, поради влошаване на топлопреноса.

Влиянието на степента на изгаряне върху топлопроводността на горивото  $UO_2$ , при определени условия може да достигне до 20-50%. [17]

За количествено описание на влиянието на степента на изгаряне върху топлопроводността се използва корелацията на Даниел и Кохен [16] :

$$K_{irr} = \left[ \frac{1}{K_0} + \frac{AF}{T} \right]^{-1} \quad (9)$$

където:

$K_{irr}$  е ефективната топлопроводност на облъченото гориво;

$K_0$  е топлопроводността на необлъченото гориво;

$A$  е емпирична константа;

$F$  е степен на изгаряне;

$T$  е температурата.

Чрез тази зависимост се показва как ефектът от степента на изгаряне се отчита чрез увеличаване на топлинното съпротивление на материала. Това води до намаляване на ефективната топлопроводност. Необходимо е да се зададат реалистични експлоатационни условия, определящи температурния режим на горивния елемент, за да се оцени количествено влиянието на степента на изгаряне върху топлопроводността на горивото.

Входните данни , използвани в анализа , са определени на база термохидравличното изчисление на активната зона [18] :

Параметър	Стойност	
ТОЕ	50856	
Мощност	3,12E+09	W
Диаметър на гориво	7,57E-03	m
Диапазон на горивото (разликата от макс – мин)	1,50E-05	m
Минимален разход	0,230861	kg/s
Номинален разход	0,3462915	J/kgK
Специфичен топлинен капацитет (Cp)	5,10E+03	J
Височина на активната зона	3,53	m
Коефициент на неравномерност по обем (kv)	2,6	
Температура на вход на реактора	553,15	K
Диаметър на ТОЕ	9,1	mm
Дебелина на обвивката на ТОЕ	0,65	mm

Табл.3 Входни параметри, използвани за числения модел

Представените входни параметри на Табл.3, служат като основа за изграждане на числения модел. Чрез него се изследва влиянието на степента на изгаряне върху топлопроводността на горивото. На база на тези данни е съставена изчислителна процедура, чрез която са генерирани множество реализации на основните параметри.

При задаване на диапазона на изменение на скоростта на потока в числения модел, се използва следната зависимост :

$$G_t = \frac{Q_p}{h_{out} - h_{in}},$$

Която показва връзката между масовия разход на топлоносителя с топлинния баланс на реактора и в източника.

Целта на този подход е да се оцени влиянието на измененията в скоростта на потока, максималното енергоотделяне на единица площ и максималното енергоотделяне върху температурата.

Получените зависимости са посочени в Табл.4 :

Скорост на потока	Максимално линейно енергоотделянена единица площ	Максимално линейно енергоотделяне	Температура
$flow_{rate}$	$g_{f,max}$	$g_{l,max}$	$T$
0,296896823	2,66E+06	6,35E+04	3,27E+02
0,283425698	2,68E+06	6,35E+04	3,29E+02
0,284264613	2,66E+06	6,35E+04	3,29E+02
0,289921997	2,68E+06	6,35E+04	3,28E+02
0,265557873	2,67E+06	6,35E+04	3,33E+02
0,243729081	2,67E+06	6,35E+04	3,37E+02
0,233020714	2,67E+06	6,35E+04	3,40E+02
0,314141571	2,66E+06	6,35E+04	3,25E+02
0,326172112	2,68E+06	6,35E+04	3,23E+02
0,336911212	2,67E+06	6,35E+04	3,22E+02
0,279441038	2,67E+06	6,35E+04	3,30E+02
0,245553858	2,67E+06	6,35E+04	3,37E+02
0,297629393	2,67E+06	6,35E+04	3,27E+02
0,257510356	2,67E+06	6,35E+04	3,34E+02
0,301665916	2,67E+06	6,35E+04	3,26E+02
0,316388558	2,66E+06	6,35E+04	3,24E+02
0,257082374	2,67E+06	6,35E+04	3,34E+02
0,33402662	2,67E+06	6,35E+04	3,22E+02
0,251071527	2,67E+06	6,35E+04	3,36E+02
0,339622664	2,67E+06	6,35E+04	3,21E+02
0,342386873	2,67E+06	6,35E+04	3,21E+02
0,251761733	2,67E+06	6,35E+04	3,36E+02
0,32216009	2,67E+06	6,35E+04	3,23E+02
0,263044199	2,67E+06	6,35E+04	3,33E+02
0,319421882	2,67E+06	6,35E+04	3,24E+02
0,263910136	2,67E+06	6,35E+04	3,33E+02
0,241611557	2,67E+06	6,35E+04	3,38E+02
0,301077503	2,67E+06	6,35E+04	3,26E+02
0,260208796	2,67E+06	6,35E+04	3,34E+02
0,281856434	2,66E+06	6,35E+04	3,30E+02
0,242949861	2,67E+06	6,35E+04	3,38E+02
0,309584229	2,67E+06	6,35E+04	3,25E+02
0,27969422	2,67E+06	6,35E+04	3,30E+02
0,231428505	2,67E+06	6,35E+04	3,40E+02
0,24177096	2,67E+06	6,35E+04	3,38E+02
0,237400819	2,67E+06	6,35E+04	3,39E+02
0,279582766	2,67E+06	6,35E+04	3,30E+02
0,244170938	2,66E+06	6,35E+04	3,37E+02

Скорост на потока	Максимално линейно енергоотделяне на единица площ	Максимално линейно енергоотделяне	Температура
$flow_{rate}$	$g_{f,max}$	$g_{l,max}$	$T$
0,303026191	2,68E+06	6,35E+04	3,26E+02
0,254074688	2,67E+06	6,35E+04	3,35E+02
0,274021416	2,67E+06	6,35E+04	3,31E+02
0,24350926	2,67E+06	6,35E+04	3,37E+02
0,242509074	2,66E+06	6,35E+04	3,38E+02
0,309297875	2,67E+06	6,35E+04	3,25E+02
0,32542545	2,67E+06	6,35E+04	3,23E+02
0,243201042	2,67E+06	6,35E+04	3,38E+02
0,300888799	2,67E+06	6,35E+04	3,26E+02
0,251765428	2,67E+06	6,35E+04	3,36E+02

Табл.4 Таблично представяне на част от резултатите

Резултатите, които са представени, показват изменението на температурата в зависимост от вариациите на хидравличните и топлинните параметри. Това позволява да се оцени чувствителността на системата към измененията.

За тази цел са формирани четири основни величини :

- Скорост на потока /  $flow_{rate}$ ;
- Максимално линейно енергоотделяне на единица площ  $g_{f,max}$ ;
- Максимално линейно енергоотделяне  $g_{l,max}$ ;
- Температура  $T$

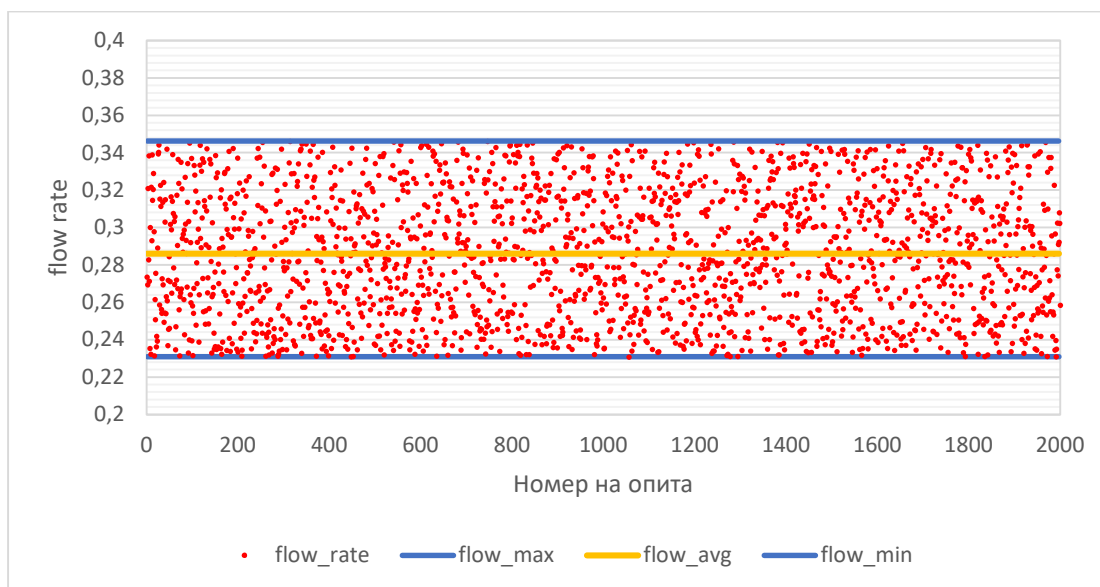
Определянето на скоростта на потока се разглежда като променлива величина в зададен диапазон. За целите на анализа са генерирани случайни стойности на скоростта на потока в интервала между минималния и номиналния разход. Това е реализирано чрез зависимостта:

$$flow_{rate} = flow_{min} + \xi(flow_{nom} - flow_{min}) \quad (10)$$

и  $\xi$  е случайна величина с равномерно разпределение в интервал  $[0,1]$ . Използването и позволява да се моделират възможни експлоатационни отклонения на масовия разход и да се оцени влиянието им върху температурния режим на системата.

С цел количествено описание на разсейването на генерираните стойности, към графичното представяне са добавени средната, минималната и максималната стойност на параметъра.

Средната стойност характеризира типичното ниво на параметъра, докато минималната и максималната стойност определят границите му. По този начин се получава по – пълна статистическа характеристика на входната величина.



Фиг. 4 Разпределение на скоростта на потока при случайно генерирани опита

От графиката се вижда, че скоростта на потока е разпределена равномерно в зададения интервал. Благодарение на това се потвърждава, че генерираните стойности осигуряват равномерно покриване на целия диапазон между минималния и номиналния разход.

Разпределението на специфичните топлинни потоци по височина на активната зона се приема за косинус :

$$g_f(z, r = const) = g_f(0, r = const) \cos\left(\frac{\pi z}{H_e}\right) \quad (11)$$

$$g_l(z, r = const) = g_l(0, r = const) \cos\left(\frac{\pi z}{H_e}\right) \quad (12)$$

където  $z$  е координата по височината на активната зона,  $m$  ;  $g_f(z, r = const)$  – топлинен поток на единица повърхност на горивен елемент в точка с координати  $z$  по височина при даден радиус ,  $r, k W / m^2$  ;  $g_l(z, r = const)$  –линеен топлинен поток в точка с координати  $z$  по височина при даден радиус ,  $r, k W / m$ ;  $g_f(0, r = const)$  и  $g_l(0, r = const)$  – специфични топлинни потоци в централната равнина ( $z = 0$ ) при даден радиус,  $k W / m^2$  и

$k W/m$ . Началото на координатите е в центъра на активната зона и  $z$  варира от  $-H_0/2$  до  $H_0/2$ .

Записването на  $r = const$  във формулите означава, че стойностите на специфичните топлинни потоци се изчислява при фиксиран радиус. Ще използвам функции  $g_f(z)$  и  $g_l(z)$ , като се приеме, че са изчислени за конкретна клетка или горивна касета, пренаписвайки формулите по – горе:

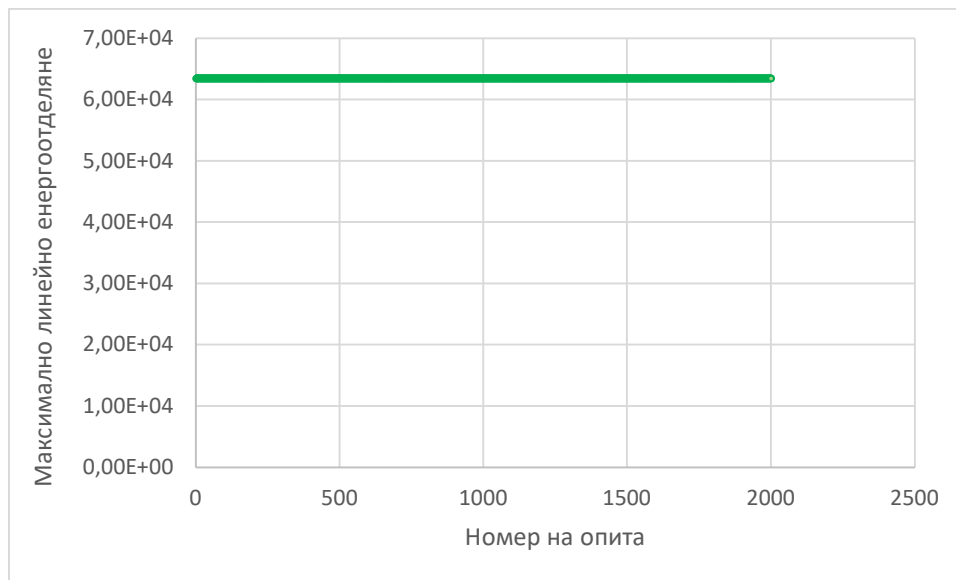
$$g_f(z) = g_f(0) \cos\left(\frac{\pi z}{H_e}\right) \quad (13)$$

$$g_l(z) = g_l(0) \cos\left(\frac{\pi z}{H_e}\right) \quad (14)$$

При косинусов закон за промяна на отделянето на топлина по височината на канала, максималните стойности на специфичните топлинни потоци се наблюдават в централната равнина на активната зона.

Максималното линейно енергоотделяне се определя чрез разпределение на общата топлинна мощност на реактора върху броя на топлоотделящите елементи и височината на активната зона :

$$g_{l,max} = \frac{Q}{N_{ТОЕH}} k_v \quad (15)$$



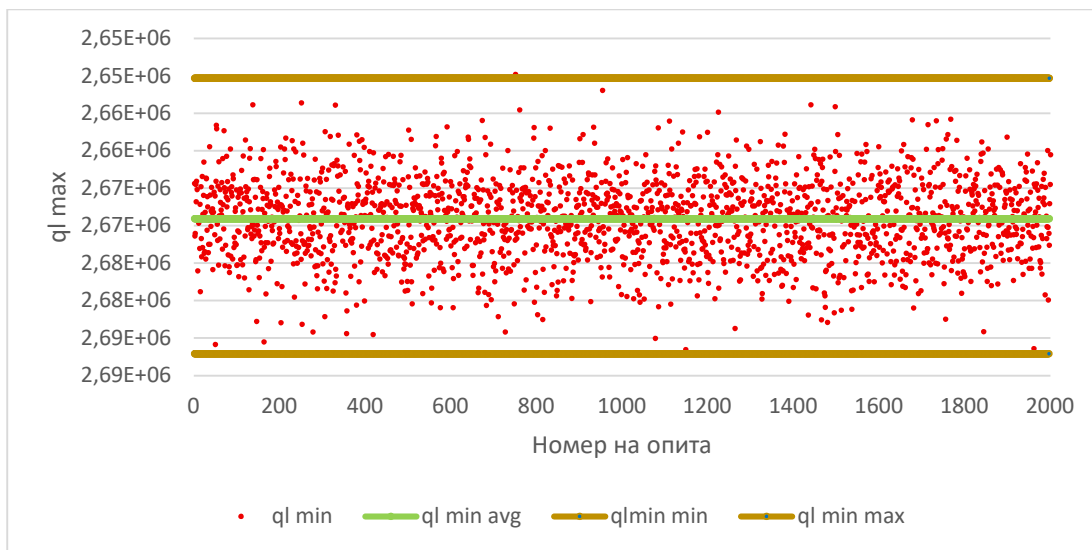
Фиг.5 Максимално линейно енергоотделяне

От графиката се вижда, че максималното линейно енергоотделяне остава постоянно за всички опити. Това е таска, защото този параметър е определен директно от основните проектни характеристики (топлинна мощност, брой ТОЕ и височина на активната зона) и не зависи от случайно вариращите величини в модела.

Максималното енергоотделяне на единица площ се получава чрез допълнително разпределение върху страничната повърхност на горивната таблетка:

$$g_{f,max} = \frac{Q}{N_{ТОЕ}H\pi d_f} k_v \quad (16),$$

Като  $k_v$  е коефициент, отчитещ неравномерното разпределение на мощността,  $Q$  – топлинната мощност,  $N_{ТОЕ}$  – брой топлоотделящи елементи,  $H$  – височина на активната зона и  $d_f$  е диаметър.



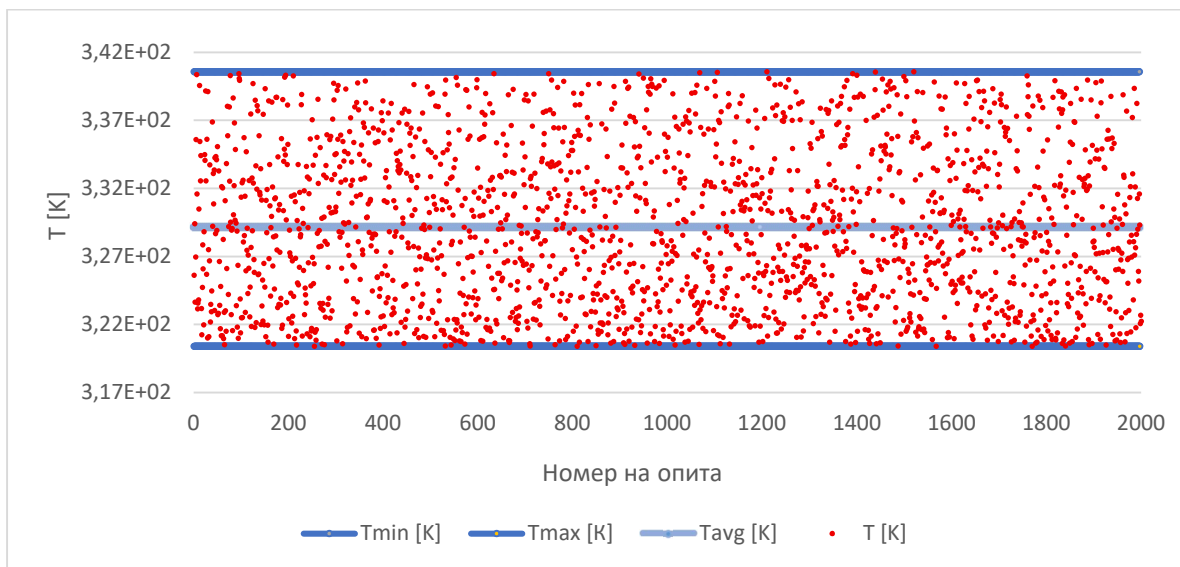
Фиг.6 Разпределение на Максимално линейно енергоотделянена единица площ

На тази графика, наблюдаваме , как максималното енергоотделяне на единица площ варира в тесен диапазон около средната стойност. Това показва, че този параметър е слабо чувствителен към вариациите на входните величини. Малките отклонения се дължат на влиянието на геометричните и експлоатационните параметри.

Температурата се определя на базата на топлинния баланс между генерираната топлина и отвеждането ѝ чрез топлоносителя:

$$T = \frac{T_{in}c_p + \frac{q_l H}{q_f \pi}}{c_p} - 273,15 \quad (17)$$

Важно е да се отбележе, че Температурата ( $T$ ) е в  $^{\circ}\text{C}$ , а температурата на входа на реактора е в  $K$ .



Фиг. 7 Температурно разпределение при различни опити на входните параметри

Наблюдавайки графиката, може да се заключи, че температурата варира в сравнително тесен интервал, приблизително между  $320\text{ K}$  и  $340\text{ K}$ .

Графиките показват разсейване на температурите поради вариациите на входните параметри. Това разсейване може да се разглежда като неопределеност в температурния режим на горивния елемент.

Понеже топлопроводността на горивото  $K_0$ , както и ефективната топлопроводност  $K_{irr}$ , зависят от температурада, неопределеността в температурата води до допълнителна неопределеност в определянето на тези величини. При разглеждане на влиянието на степента на изгаряне върху топлопроводността, трябва да се вземат предвид не само корелациите за  $K_{irr}$ , но и неопределеността на входните параметри.

Резултатите показват, че температурния режим е чувствителен към изменения в условията на експлоатация, което води до увеличаване на диапазона на възможните стойности на топлопроводността на горивото.

### 4.3. Анализ на неопределеността на топлопроводността на обвивката

В настоящата точка се разглежда неопределеността на топлопроводността на обвивката на тополоотделящия елемент. Теплопроводността на обвивката е важен параметър в процеса на топлопренос от горивото към топлоносителя. Той определя температурния пад през стената на обвивката.

Анализът се извършва в температурния интервал [17]:

$$300 \leq T \leq 1000 \text{ K} \quad (18)$$

Който съответства на характерните експлоатационни условия на обвивката в активната зона.

Топлопреносът през обвивката може да бъде описан чрез закона на Фурие:

$$q''(z) = \lambda_{cl}(z) \frac{T_{in}(z) - T_{out}(z)}{\delta_{cl}} \quad (19)$$

откъдето за топлопроводността на обвивката следва:

$$\lambda_{cl}(z) = \frac{q''(z) \delta_{cl}}{T_{in}(z) - T_{out}(z)} \quad (20),$$

където:

- $q''(z)$  – топлинен поток през стената на обвивката в аксиално сечение  $z$ ,  $W/m^2$
- $\lambda_{cl}(z)$  – топлопроводност на обвивката (cladding),  $W/mK$
- $T_{in}(z)$  – температура на вътрешната повърхност на обвивката,  $^{\circ}C$
- $T_{out}(z)$  – температурата на външната повърхност на обвивката,  $^{\circ}C$
- $\delta_{cl}$  – дебелина на стената на обвивката, m.

Температурите на външната и вътрешната стена на обвивката на ТОЕ се определят от термохидравличния разчет по височина на активната зона. В използвания модел температурата на външната стена се определя от температурата на топлоносителя и температурната разлика през граничния слой, а температурата на вътрешната стена се получава с отчитане на топлопреноса през самата обвивка. Използвани са геометричните характеристики на ТОЕ, включително външния и вътрешния диаметър на обвивката, и дебелината на стената.

За материала на обвивката в термохидравличното пресмятане е използвана циркониева сплав с коефициент на топлопроводност  $\lambda_{cl} = 20,5 \text{ W/mK}$ , а геометричните характеристики са зададени по следния начин :

Параметър	Означение	Стойност	Мерна единица
Външен диаметър на обвивката	$d_{out}$	9,10E-03	$m$
Вътрешен диаметър на обвивката	$d_{in}$	7,80E-03	$m$
Дебелина на стената	$\delta_{cl}$	6,50E-04	$m$

Табл.5 Геометрични и материални характеристики на обвивката

Тъй като в термохидравличния разчет, топлинното натоварване е зададено чрез линеен топлинен поток, а в уравнение (20) учатва повърхностен топлинен поток, е необходимо да се извърши преход между двете величините. За цилиндрична геометрия това става чрез съотношението:

$$q''(z) = \frac{q_l(z)}{\pi d_{out}} \quad (21)$$

където  $q_l(z)$  е линейният поток в сечение  $z$ ,  $W/m$ .

По този начин изразът на топлопроводност на обвивката придобива вида:

$$\lambda_{cl}(z) = \frac{q_l(z)\delta_{cl}}{\pi d_{out}[T_{in}(z) - T_{out}(z)]} \quad (22)$$

Уравнение (22) показва, че изчислителната стойност на топлопроводността зависи едновременно от локалния линеен топлинен поток, от дебелината на обвивката, от външния диаметър и от температурния пад през стената. Следователно неопределеността в геометричните параметри и в температурите води пряко до неопределеност в получената стойност на  $\lambda_{cl}$ .

#### 4.3.1. Номинално определяне на топлопроводността на обвивката

За всяко аксиално сечение по височина на активната зона се използват номиналните стойности на:

- $T_{out}(z)$ ;
- $T_{in}(z)$ ;

- $q_l(z)$ ;
- $d_{out}$ ;
- $\delta_{cl}$ .

На тази база се изчислява номиналната стойност на топлопроводността:

$$\lambda_{cl,nom}(z) = \frac{q_l(z)\delta_{cl,nom}}{\pi d_{out,nom}[T_{in}(z) - T_{out}(z)]} \quad (23)$$

Получената зависимост  $\lambda_{cl,nom}(z)$  представлява базовата референтна крива, спрямо която впоследствие ще се оцени разсейването, породено от неопределеностите.

#### 4.3.2. Определяне на входните величини по височина на активната зона

За прилагане на зависимост (22) е необходимо да се определят входните величини  $T_{out}(z)$ ,  $T_{in}(z)$  и  $q_l(z)$  за всяко аксиално сечение по височината на активната зона.

Температурите на външната и вътрешната повърхност на обвивката са взети от извършен термохидравличен разчет за средно натоварен канал [18]. Те представляват съответно температурата на външната повърхност на обвивката, определена от топлообмена с топлоносителя, и температурата на вътрешната повърхност получена при отчитане на топлопреноса през стената на обвивката.

Температурния пад през обвивката за всяко сечение се определя по формулата :

$$\Delta T(z) = |T_{in}(z) - T_{out}(z)| \quad (24)$$

Използването на абсолютната стойност гарантира получаване на физически коректен положителен температурен пад, независимо от подредбата на температурите.

#### 4.3.3. Определяне на топлопроводността на обвивката

Линейният топлинен поток се задава по косинусов закон, описващ аксиалното разпределение на мощността в активната зона:

$$q_l(z) = q_{l0} \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) \quad (25)$$

където  $H$  е височината на активната зона.

Максималната стойност на линейния поток  $q_{l0}$  се определя от:

$$q_{l0} = \frac{Qk_z}{HNn_{TOE}} \quad (26)$$

където :

- $Q$  – топлинна мощност на реактора;
- $k_z$  - коефициент на неравномерност по височина;
- $N$  – брой горивни касети;
- $n_{TOE}$  - брой топлоотделящи елементи в касета.

По този начин за всяко  $z$  се определя съответната стойност на  $q_l(z)$ .

#### 4.3.4. Определяне на топлопроводността на обвивката

В използвания термохидравличен модел температурата на вътрешната повърхност на обвивката се определя чрез зависимост, включваща ефективния линеен топлинен поток, преминаващ през обвивката. В този случай, топлопреноса през обвивката участва само част от линейния топлинен поток, отчитаща се чрез коефициента  $(1 - \chi)$ . Не целият топлинен поток преминава през обвивката, тъй като част от него се отчита в други топлообменни процеси. Затова се използва ефективен поток

След определяне на всички входни параметри, топлопроводността на обвивката се изчислява за всяко аксиално сечение чрез зависимостта (22):

$$\lambda_{cl}(z) = \frac{(1-\chi)q_l(z)\delta_{cl}}{\pi d_{avg}\Delta T(z)} \quad (27)$$

където:

$$d_{avg} = \frac{d_{out}+d_{in}}{2} \quad (28)$$

е средния диаметър на обвивката.

#### 4.3.5. Графичен анализ

За извършване на изчисленията са използвани основни геометрични и топлотехнически параметри на активната зона и топлоотделящия елемент, представени в таблицата :

Параметър	Означение	Стойност	Мерна единица
Топлинна мощност	$Q$	3E+09	$W$
Коефициент на неравномерност	$k_z$	1,5	-

Параметър	Означение	Стойност	Мерна единица
Височина на активната зона	$H$	3,55	$m$
Брой горивни касети	$N$	163	-
Брой ТОЕ в касета	$n_{ТОЕ}$	312	-
Външен диаметър	$d_{out}$	0,0091	$m$
Вътрешен диаметър	$d_{in}$	0,0078	$m$
Дебелина на обвивката	$\delta_{cl}$	0,00065	$m$
Коефициент на разпределение	$\chi$	0,92	-
Ефективен коефициент	$(1 - \chi)$	0,08	-
Среден диаметър	$d_{avg}$	0,00845	$m$
Максимален линеен топлинен поток	$q_{lo,avg}$	2,49E+04	$W/m$

Табл. 6 Входни параметри за определяне на топлопроводността на обвивката

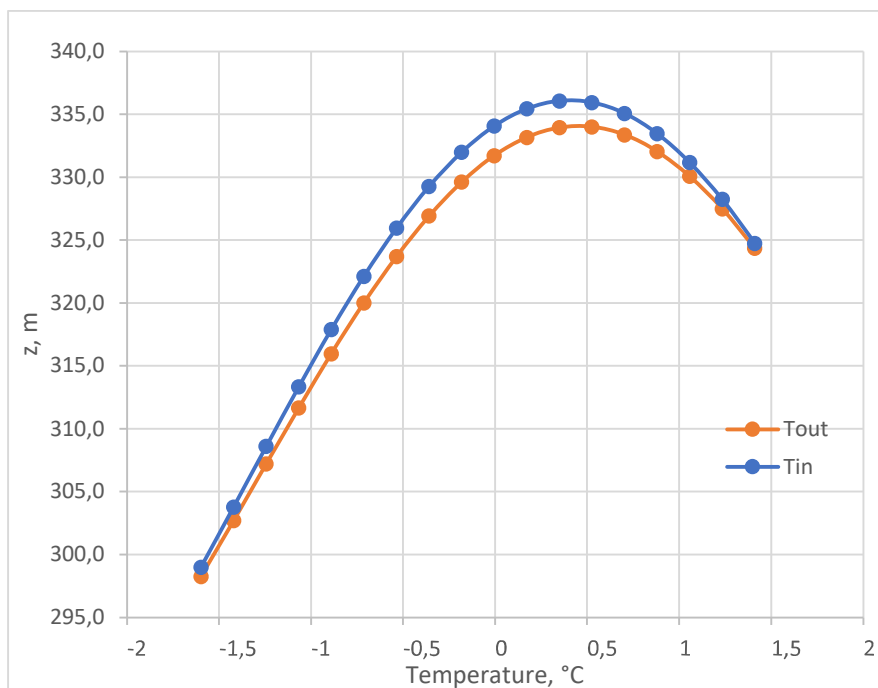
В резултат на извършените изчисления за всяко аксиално сечение по височина на активната зона са определени температурите на вътрешната и външната повърхност на обвивката, температурния пад през стената, линейния топлинен поток и съответната топлопроводност на обвивката.

Получените стойности са представени в таблицата :

$z, m$	$T_{out}, ^\circ C$	$T_{in}, ^\circ C$	$\Delta T, ^\circ C$	$q_l, W/m$	$\lambda_{cl}, W/m K$
-1,598	298,3	299,0	0,733977	3,88E+03	1,04E+01
-1,421	302,7	303,8	1,078446	7,67E+03	1,39E+01
-1,244	307,2	308,6	1,396509	1,13E+04	1,58E+01
-1,067	311,7	313,4	1,680378	1,46E+04	1,70E+01
-0,89	316,0	317,9	1,923103	1,76E+04	1,79E+01
-0,713	320,0	322,1	2,11874	2,01E+04	1,86E+01
-0,536	323,7	326,0	2,2625	2,22E+04	1,92E+01
-0,359	326,9	329,3	2,350863	2,37E+04	1,97E+01
-0,182	329,6	332,0	2,381665	2,46E+04	2,02E+01
-0,005	331,7	334,1	2,354151	2,49E+04	2,07E+01
0,172	333,2	335,5	2,268996	2,46E+04	2,12E+01
0,349	334,0	336,1	2,128284	2,37E+04	2,18E+01
0,526	334,0	336,0	1,935461	2,23E+04	2,25E+01
0,703	333,4	335,1	1,695248	2,02E+04	2,34E+01
0,88	332,1	333,5	1,413527	1,77E+04	2,46E+01
1,057	330,1	331,2	1,097196	1,48E+04	2,64E+01
1,234	327,5	328,3	0,753999	1,15E+04	2,98E+01
1,411	324,4	324,8	0,392341	7,88E+03	3,94E+01

Табл. 7 Разпределение на основните параметри по височина на активната зона

За оценка на аксиалното разпределение на основните параметри са построени графични зависимости.



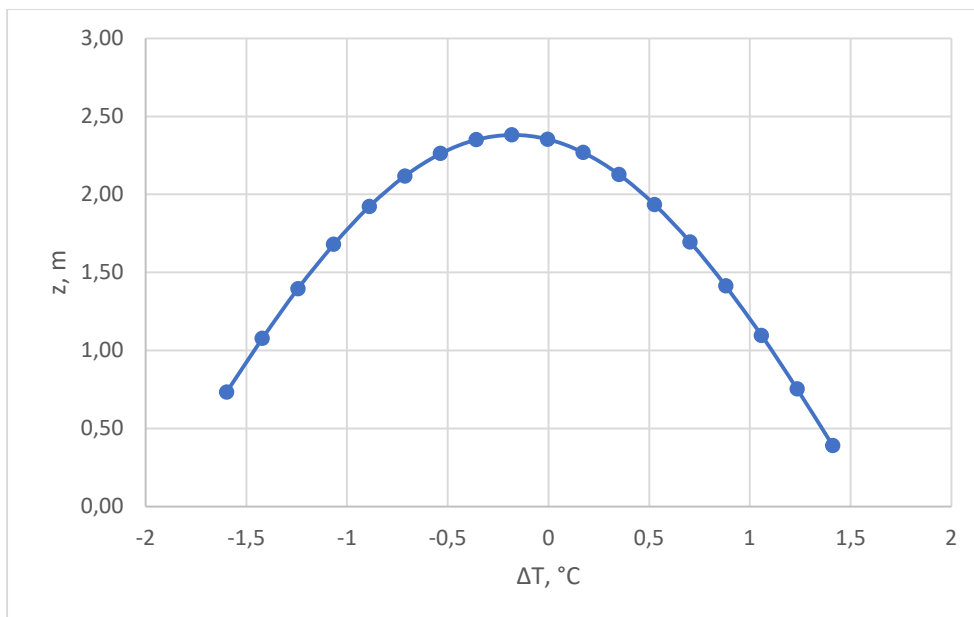
Фиг. 8 Разпределение на температурите на вътрешната и външната повърхност на обвивката по височина на активната зона

На фигурата е представено разпределението на температурите на вътрешната  $T_{in}$ , °C и външната  $T_{out}$ , °C повърхност на обвивката по височина на активната зона. Наблюдава се, че и двете температури нарастват към централната част на активната зона, където се реализира максималното топлинно натоварване, след което намаляват към периферията.

Температурата на вътрешната повърхност  $T_{in}$  е по-висока от тази на външната  $T_{out}$ , което е в съответствие с посоката на топлопреноса, от горивото към топлоносителя.

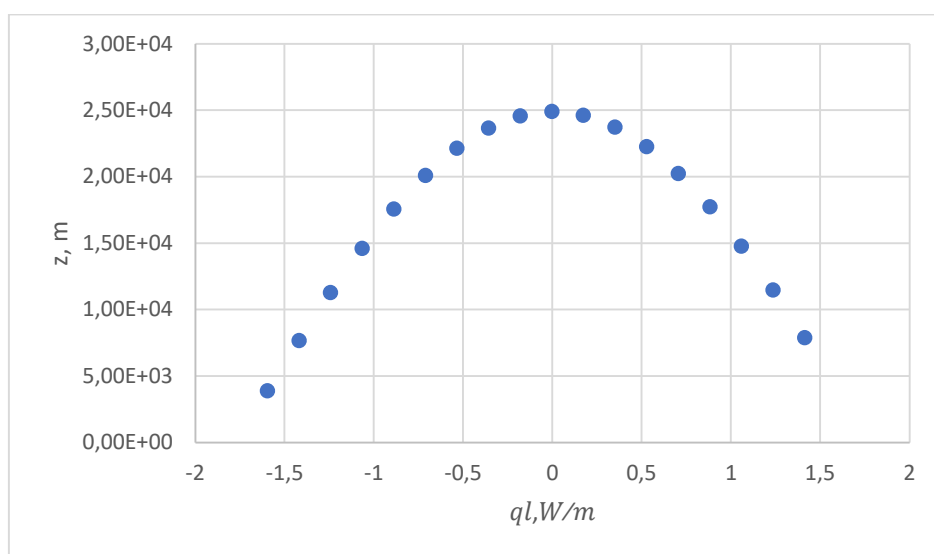
Разликата между двете температури определя температурния пад през стената на обвивката и е пряко свързана с топлопроводността на материала.

Температурното разпределение по височина на активната зона следва очаквания профил на топлоотделянето, като максималните стойности се наблюдават в централната част. Малката разлика между  $T_{in}$  и  $T_{out}$  показват висока ефективност на топлопреноса през обвивката.



Фиг. 9 Температурен пад през обвивката по височината на активната зона

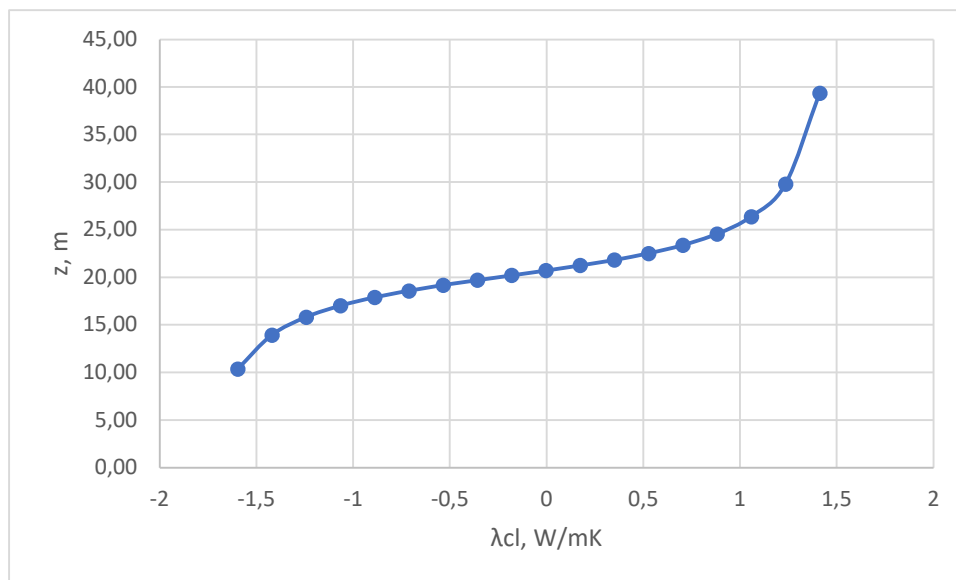
Представено е изменението на температурния пад през стената на обвивката по височината в активната зона. Наблюдава се увеличаване на температурния пад към централната част, където топлинния поток е максимален. В периферните области,  $\Delta T$  намалява значително, което води до повишена чувствителност при определяне на топлопроводността. Той оказва съществено влияние върху определянето на топлопроводността, особено при ниски стойности.



Фиг.10 Разпределение на линейния топлинен поток по височина на активната зона

На *фиг.9* е представено разпределението на линейния топлинен поток по височина на активната зона. За висимостта има характерен максимум в централната част, което съответства на косинусовото разпределение на неутронния поток.

Максималното топлинно натоварване на обвивката се реализира в централната част на активната зон, което определя тази област като критична при анализа на топлопреноса и неопределеностите.



*Фиг.11* Разпределение на линейния топлинен поток по височина на активната зона

Представена е зависимостта на топлопроводността на обвивката по височината на активната зона като функция на аксиалната координата  $z$ .

Наблюдава се сравнително плавно изменение на  $\lambda_{cl}$  в централната част на активната зона, където стойностите са в диапазона приблизително 18 – 25  $W/mK$ .

Топлопроводността на обвивката остава близка до номиналните стойности, като отклоненията в краищата са резултат от нисък температурен градиент и не отразяват реално изменение на материала.

### 4.3.6 Анализ на неопределеността на топлопроводността на обвивката

След определяне на топлопроводността на обвивката по височина на активната зона, следва да се оцени влиянието на неопределеностите на входните параметри върху получените резултати.

Основните източници на неопределеност са свързани с геометричните характеристики на обвивката и с температурите, определени от термохидравличния модел.

Анализът се извършва чрез вариране на входните параметри в зададени интервали и проследяване на влиянието им върху изчислената топлопроводност.

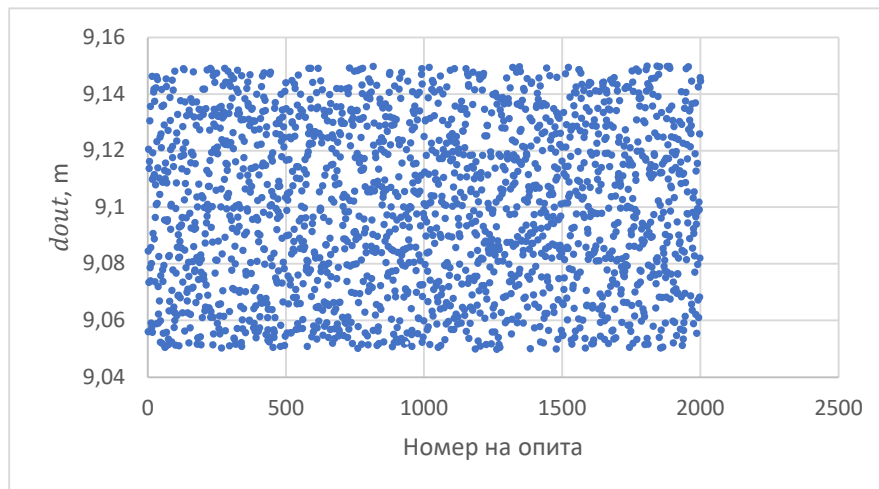
Геометричните параметри на обвивката са зададени с определена неопределеност. В настоящия анализ са разгледани следните параметри:

- Външен диаметър
- Вътрешен диаметър
- Дебелина на стената

Както е показано в Таблица 5 (Геометрични и материални характеристики на обвивката).

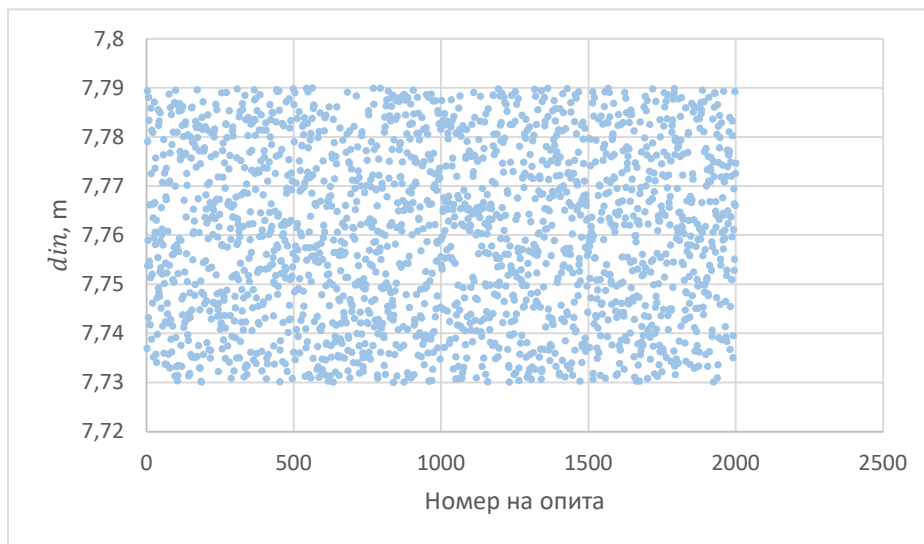
За оценка на влиянието на геометричните неопределености са генерирани случайни стойности на параметрите в зададените интервали, използвайки равномерно разпределение.

Построени са графики на външния диаметър  $d_{out}$ , вътрешен диаметър  $d_{in}$  и дебелина на стената  $\delta_{cl}$  като функция на номера на реализацията. Целта на графиките е да се провери дали случайно генерираните стойности покриват равномерно зададените интервали и дали не се наблюдава систематично отклонение в разпределението.



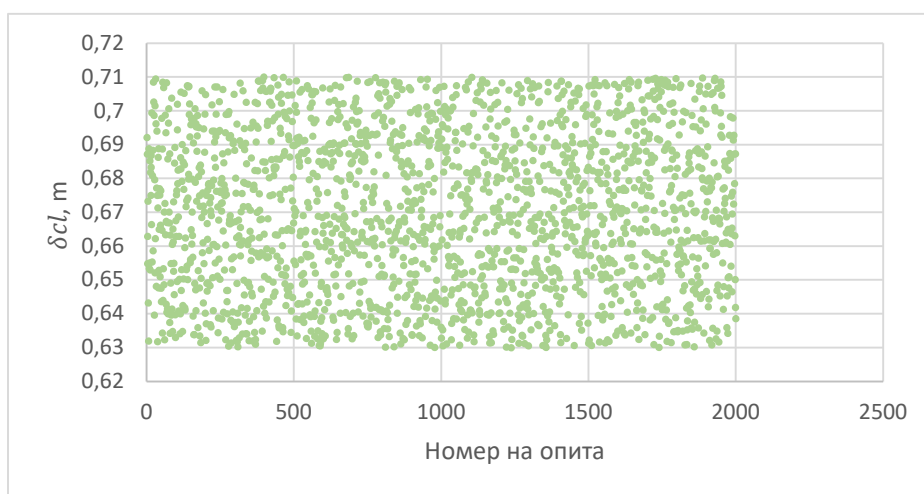
Фиг. 12 Разпределение на външния диаметър на обвивката по номер на опита

На фигурата е представено разпределението на случайно генерираните стойности на външния диаметър на обвивката. Генерираните стойности са разпределени равномерно в зададения интервал, което позволява коректно отчитане на влиянието на външния диаметър върху неопределеността на топлопроводността.



*Фиг.13 Разпределение на вътрешния диаметър на обвивката по номер на опита*

Наблюдаваме равномерно разположение на точките в рамките на предварително зададения диапазон, което потвърждава правилното прилагане на равномерно разпределение при генерираните стойности. Разсейването на точките е хомогенно по целия брой реализации. Вътрешния диаметър е моделиран коректно като случайна величина, без наличие на предпочитани стойности в рамките на допустимия интервал.



*Фиг.14 Разпределение на дебелината на обвивката по номер на опита*

Наблюдава се равномерно разпределение на стойностите в зададения диапазон, което е от съществено значение, тъй като дебелината участва пряко в израза за определяне на топлопроводността на обвивката.

Получените графики показват, че всички разглеждани геометрични параметри са генерирани с равномерно разпределение в съответните допустими интервали. Това потвърждава, че извадката е подходяща за последващо изчисляване на топлопроводността на обвивката и за оценка на диапазона на нейната неопределеност.

Чрез генериране на случайни стойности на геометричните параметри и преизчисляване на топлопроводността за всяка реализация е получена извадка от стойностите на  $\lambda_{cl}$ , позволяваща статистическа оценка на неопределеността. За да се изчисли това е използвана зависимост (27), като в нея са използвани съответните случайно генерирани стойности на диаметъра и дебелината на обвивката.

$d_{out}, m$	$d_{in}, m$	$\delta_{cl}, m$	$d_{avg}, m$	$\lambda_{cl}, W/mK$
9,126988	7,735408	0,663063	8,431198	7,52E+02
9,144767	7,75329	0,651393	8,449028	7,50E+02
9,114851	7,739183	0,6713	8,427017	7,52E+02
9,109109	7,772582	0,70307	8,440845	7,51E+02
9,074683	7,787267	0,646914	8,430975	7,52E+02
9,112328	7,788745	0,68853	8,450536	7,50E+02
9,055767	7,737562	0,634776	8,396664	7,55E+02
9,050274	7,761708	0,662364	8,405991	7,54E+02
9,111184	7,74948	0,647826	8,430332	7,52E+02
9,079571	7,785414	0,696404	8,432492	7,52E+02
9,051892	7,783336	0,696397	8,417614	7,53E+02
9,086838	7,748401	0,686283	8,417619	7,53E+02
9,079554	7,777767	0,709065	8,42866	7,52E+02
9,093835	7,734907	0,687854	8,414371	7,54E+02
9,120953	7,785115	0,640079	8,453034	7,50E+02
9,137846	7,773154	0,686787	8,4555	7,50E+02
9,062185	7,732037	0,643229	8,397111	7,55E+02
9,140947	7,77654	0,697123	8,458743	7,50E+02
9,092545	7,733323	0,669322	8,412934	7,54E+02

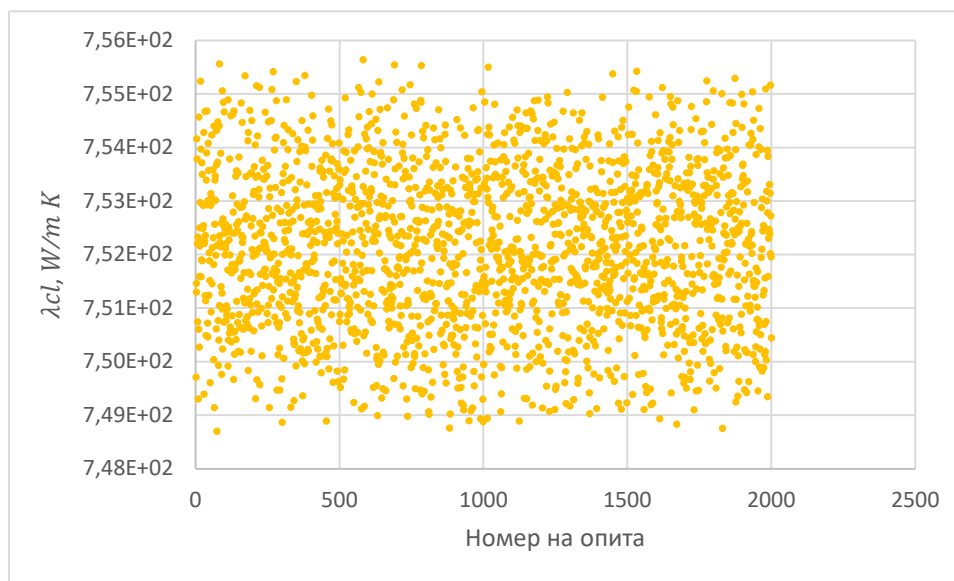
Табл. 8 Част от генерираните параметри и изчислената топлопроводност на обвивката

На база на всички генерирани реализации са определени основните статистически характеристики на топлопроводността на обвивката.

Параметър	Означение	Стойност	Мерна единица
Средна стойност	$\lambda_{cl,avg}$	7,52E+02	W/mK
Минимална стойност	$\lambda_{min}$	7,49E+02	W/mK
Максимална стойност	$\lambda_{max}$	7,56E+02	W/mK
Стандартно отклонение	$\sigma_\lambda$	1,50	W/mK

Табл.9 Статистически характеристики на топлопроводност

За по-добра визуализация на разсейването на получените стойности на топлопроводността е построена графична зависимост.



Фиг.15 Разпределение на топлопроводността  $\lambda_{cl}$  по номер на опита

Наблюдава се равномерно разсейване на стойностите около средната стойност. Това показва, че вариациите в резултата се дължат единствено на случаен характер на входните геометрични параметри. Получените резултати показват, че топлопроводността на обвивката варира в интервала приблизително от  $7,49 \cdot 10^2$  до  $7,56 \cdot 10^2$  W/mK, при средна стойност  $7,52 \cdot 10^2$  W/mK.

Стандартното отклонение е малко ( $\sigma_\lambda \approx 1,5$  W/mK), което показва, че влиянието на геометричните неопределености върху топлопроводимостта е ограничено.

Това означава, че при зададени експлоатационни условия топлопреносът през обвивката е устойчив спрямо вариациите в геометричните параметри. Най-съществено влияние върху резултата оказва дебелината на обвивката, тъй като тя участва линейно в израза за топлопроводността.

#### 4.4. Съпоставка между аналитичния и статистическия подход

В настоящото изследване са използвани два основни подхода за оценка на неопределеността – аналитичен и статистически .

Аналитичния подход се базира на извеждане на зависимост за разпространение на грешката чрез използване на линеаризация. При този метод се определя как неопределеността на входната величина  $TAUL$  се пренася към топлопроводността  $ЛАМДА$   $\Phi$  . Основното предимство на този подход е , че позволява ясно да се проследи механизмът на пренасяне на неопределеността и да се оцени чувствителността на резултата спрямо входния параметър.

Статистическия подход се основава на генериране на множество реализации на входните параметри в зададени интервали, като за всяка реализация се изчисляват съответните изходни величини. Получените резултати се анализират чрез статистически характеристики, като средна стойност, минимална и максимална стойност. По този начин се получава реалистична оценка на диапазона на изменение на разглежданите параметри.

Основното предимство на аналитичния метод е, че предоставя компактна математическа зависимост между входните и изходните величини, което улеснява интерпретацията на резултатите. Неговото ограничение е , че е приложим при малки вариации на входните параметри и се базира на допускането за линеаризация.

От друга страна, статистическия метод позволява да се отчете влиянието на по – големите вариации и да се получи пълна картина на разсейването на резултатите. Недостатъкът му е, че не дава директен аналитичен израз за разпространението на неопределеността, а изисква множество изчисления.

Съпоставката между двата подхода показва, че те се допълват взаимно. Аналитичния метод е подходящ за оценка на механизма на пренасяне на неопределеността, докато статистическия метод позволява да се оцени реалният диапазон на изменение на параметрите при вариации на входните величини.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящата дипломна работа беше извършен анализ на топлопроводността на ядреното гориво и обвивката на топлоотделящия елемент, като основен акцент беше поставен върху оценката на неопределеностите и тяхното влияние върху топлинния режим на активната зона.

В първата част на изследването беше анализирана температурната зависимост на топлопроводността на горивото чрез използване на корелация/зависимост. Определени бяха номиналните стойности, както и съответните граници на неопределеността, чрез въвеждане на минимални и максимални стойности. Получените резултати показаха ясно изразена тенденция на намаляване на топлопроводимостта с увеличаване на температурата, което е характерно за  $UO_2$  гориво. Същевременно беше установено, че при високи температури неопределеността нараства, което води до разширяване на диапазона на възможните стойности. Също повишава и чувствителността на модела.

Във втората част беше изследвано влиянието на степента на изгаряне върху топлопроводимостта. Чрез използване на корелацията на Даниел и Кохен беше показано, че натрупването на дефекти и продукти на делене води до съществено намаляване на ефективната топлопроводност. Чрез числен модел, базиран на реалистични термохидравлични параметри, беше оценено влиянието на вариациите в експлоатационните условия върху температурния режим. Резултатите показаха, че температурата на горивото варира в ограничен диапазон, но дори тези вариации водят до допълнителна неопределеност в определянето на топлопроводимостта.

В третата част беше извършен анализ на топлопроводимостта на обвивката на горивния елемент. Чрез прилагане на закона на Фурие и използване на термохидравлични резултати беше определено аксиално разпределение на температурите, топлинния поток и топлопроводността. Беше показано, че максималните натоварвания и съответно най – критичните условия се реализират в централната част на активната зона.

Особено внимание беше отделено на анализа на неопределеностите, свързани с геометричните параметри на обвивката. Чрез генериране на случайни реализации и статистическа обработка беше установено, че вариациите в топлопроводността са сравнително малки, като стандартното отклонение остава ниско. Това показва, че топлопреносът през обвивката е устойчив спрямо геометрични неопределености, като най – съществено влияние оказва дебелината на стента.

В обобщение, проведеното изследване показва, че:

- Теплопроводността на горивото е силно зависима от температурата и степента на изгаряне;

- Неопределеностите нарастват с увеличаване на температурата и оказват съществено влияние върху резултатите;
- Температурния режим на горивния елемент е чувствителен към изменения в експлоатационните параметри;
- Теплопроводността на обвивката е сравнително устойчива спрямо геометричните вариации;

Получените резултати илюстрират влиянието на основните параметри върху теплопроводността.

Допълнително, съпоставката между аналитичния и статистическия подход за оценка на неопределеността показва, че двата метода се допълват взаимно. Аналитичният метод позволява ясно проследяване на механизма на пренасяне на неопределеността чрез използване на чувствителни коефициенти, докато статистическия подход дава по – пълна и реалистична оценка на разсейването на резултатите при вариации на входните параметри. Това потвърждава необходимостта от комбинираното им използване при анализ на на теплопроводността на ядреното гориво и обвивката.

## 6. ИЗПОЛЗВАНА ЛИТЕРАТУРА

- [1] International Atomic Energy Agency, *Best Estimate Safety Analysis for Nuclear Power Plants – Uncertainty Evaluation*, IAEA, Vienna.
- [2] OECD Nuclear Energy Agency, *Neutronics/Thermal-Hydraulics Coupling in LWR Technology*, OECD/NEA, Paris.
- [3] И. Христосков, *Реакторен анализ*, лекционен курс, СУ „Св. Климент Охридски“.
- [4] Neil E. Todreas, Mujid S. Kazimi, *Nuclear Systems I*, CRC Press.
- [5] OECD Nuclear Energy Agency, *Multiphysics Modelling in Nuclear Reactor Analysis*, NEA Working Paper.
- [6] J. J. Duderstadt, L. J. Hamilton, *Nuclear Reactor Analysis*, Wiley. - ([Duderstadt, Louis-J. - Hamilton](#)) [Nuclear Reactor Analysis \(1976\) | PDF | Nuclear Reactor | Nuclear Reaction](#)
- [7] International Atomic Energy Agency (IAEA), *Best-Estimate Analysis and Uncertainty Evaluation for Light Water Reactors*, IAEA TECDOC-1550, Vienna, Austria.
- [8] Cacuci, D. G., *Sensitivity and Uncertainty Analysis, Volume I: Theory*, Chapman & Hall/CRC, 2003.
- [9] Tsokos, K. A., *Physics for the IB Diploma*, Cambridge University Press, 2014.
- [10] Wilks, S. S., *Statistical Prediction with Tolerance Limits*, Annals of Mathematical Statistics, 1942.
- [11] Porter, N. W., *Sensitivity and Uncertainty Study of CTF Using the Uncertainty Analysis in Modeling Benchmark*, M.S. Thesis, The Pennsylvania State University, 2015.
- [12] Adams, B. M., Coleman, K., Hooper, R. W., et al., *User Guidelines and Best Practices for CASL VUQ Analysis Using Dakota*, SAND2016-11614, Sandia National Laboratories, 2016.
- [13] Zeng, K., *Uncertainty Analysis Framework for the Multi-Physics Light Water Reactor Simulation*, Ph.D. Dissertation, North Carolina State University, 2020.
- [14] Porter, N., Avramova, M., Ivanov, K., “Uncertainty and Sensitivity Analysis of COBRA-TF for the OECD LWR UAM Benchmark Using DAKOTA,” NURETH-16, 2015.
- [15] INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY, *Deterministic Analysis of Operational Events in Nuclear Power Plant: Proceedings of a Technical Meeting held in Dubrovnik, Croatia, 23-26 May 2005*, IAIE- TECDOC-1550, Vienna, March 2007.
- [16] INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY VIENNA 2008 “Thermophysical Properties of Materials for Nuclear Engineering: A Tutorial and Collection of Data”
- [17] Lokken, R. O., & Courtright, E. L. *A Review of the Effects of Burnup on the Thermal Conductivity of UO<sub>2</sub>*. BNWL-2270. Battelle, Pacific Northwest Laboratories. Prepared for the U.S. Nuclear Regulatory Commission.
- [18] V. Rusanov, P. V. Petkov, and K. Kamenov, “Implementation of Uncertainty Analysis for Evaluation of Nuclear Reactors VVER-1000 Fuel Safety Margins during Normal Operation by FEMAXI-6 Computer Code Calculations.”
- [19] Дебора Володиева Митева, *Контрол за непопадане на странични предмети в технологично оборудване от системи важни за безопасността в ЯЕЦ и анализ на последствията при попадането им*, дипломна работа за придобива на ОКС „бакалавър“, Софийски университет „Св. Климент Охридски“, Физически факултет