СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ "СВ. КЛ. ОХРИДСКИ" ФИЗИЧЕСКИ ФАКУЛТЕТ КАТЕДРА "АТОМНА ФИЗИКА"

Милена Христова Мишева

Изучаване на редкия каонен процес $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$

$ABTOPE\Phi EPAT$

на дисертация за присъждане на образователна и научна степен "доктор"

Научна специалност 01.03.05

"Физика на елементарните частици и високите енергии"

Научен ръководител: проф. дфзн Леандър Литов

Научен консултант: проф. дфзн В. Кекелидзе Научен консултант: проф. дфзн Д. Мадигожин

София, 2025г.

Съдържание

Цели и структура на дисертацията
Глава 1: Въведение 4
Глава 2: $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ процеси
2.1: Диференциална ширина на разпадане
2.2: Система на покой на заредения каон
2.3: Система на покой на дилептонната двойка
Глава 3: Експеримент NA48/2
Глава 4: Системи за филтриране на събития и събиране на данни
Глава 5: Стратегия за измерване на $BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$. СР и Р асиметрии 12
6.1: Принцип на анализиране на данните и измерване на $BR(K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$ 12
6.2: CP- и P-асиметрии
Глава 6: Обща реконструкция на NA48/2. Критерии за селектиране на процесите
$K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^- \ \mathrm{i} \ K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0_D. \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots $
6.1: Общи критерии за селектиране на процесите $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ и $K^{\pm} \rightarrow$
$\pi^{\pm}\pi^0_D$
6.2: Специфични критерии за процесите $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{-}e^{+}$
6.3: Специфични критерии за процесите $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi_D^0$
Глава 7: Моделиране на процесите $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ и $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}_{D}$
7.1: Моделиране на процесите $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$
7.2: Моделиране на процесите $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi_D^0$
Глава 8: Източници на фон и тригерна ефективност
8.1: Оценка на фона за процесите $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ и $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}_{D}$ 24
8.2: Измерване на тригерната ефективност
Глава 9: Резултати
9.1: Изследване на систематични отклонения 27
9.2: Измерване на $BR(K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$
9.3: Анализ на кинематичното пространство на процесите $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}$.
Определяне на теглата на относителните приноси DE/IB и Int/IB. \ldots 32
9.4: Определяне на СР и Р асиметрии 34
Научни приноси
Статии и доклади свързани с дисертацията 37
Благодарности
Библиография

Цели и структура на дисертацията

Представени са резултатите от изследването на процесите $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$, които за първи път са наблюдавани от NA48/2 експеримента в Европейската Организация за Ядрени Изследвания (ЦЕРН). Изведена е диференциалната вероятност за разпадане $d\Gamma(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$ както в системата на покой на каона, така и в системата на покой на дилептонната двойка, използвайки променливите на Кабибо-Максимович ($s_{\pi}, q^2, \theta_{\pi}, \theta_e, \phi$) за описание на кинематиката. Измерена е относителната вероятност (BR) на изследваните разпади, определени са горни граници за СР и Р асиметриите, както и е извършен анализ на кинематичното пространство на $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}\gamma^{*}$ с цел определяне на отделните му приноси в амплитудата.

Дисертацията се състои от увод, седем основни глави, раздел с резултати и заключение, изложение на научните приноси, списък на цитираната литература и приложение.

Глава 2 е посветена на теоретичните изчисления на диференциалната ширина на разпадане, $d\Gamma(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$, като се отчита изоспиновата симетрия. Представени са също така аналогични теоретични пресмятания в системата на покой на каона и в системата на покой на $(e^{+}e^{-})$ -двойка, позволяващи независима проверка на разпределенията на инвариантните величини – квадрата на масите на дипионната и дилептонната системи.

Глава 3 описва конфигурацията за формиране на снопове от заредени каони и детектора на експеримента NA48/2, като са представени основните характеристики на поддетекторните системи.

Глава 4 разглежда структурата на тригерната система, осигуряваща ефективна селекция на интересни каонни разпади, както и принципа на системата за събиране на първичните данни на експеримента NA48/2.

Глава 5 е посветена на методологията за измерване на относителната вероятност на разпадане на процесите $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$, използвайки нормировъчен канал $K^{\pm} \to \pi^{\pm}e^{+}e^{-}\gamma$ $(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi_{D}^{0})$. Представено е също кратко описание на СР и Р асиметриите, предложени в [13].

Глава 6 съдържа описание на основните компоненти на софтуера за реконструкция на експеримента NA48/2, използвани за извличане на измерваните величини от поддетекторните системи, както и критериите за селекция на кандидат-събития за разпадите $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}$ и $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^{0}_{D}$.

Глава 7 обхваща основните етапи от софтуерната симулация в NA48/2 – моделирането на сноповете от заредени каони, отклика на поддетекторните системи и генерирането на отделните приноси в амплитудата на разпадите $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}$.

Глава 8 представя източниците на фоновите събития и тяхната оценка както за изследвания сигнал, така и за нормировъчния канал. Разгледани са също и използваните филтриращите изисквания, чрез които е определена тригерната ефективност.

Глава 9 (Резултати и заключение) съдържа крайния резултат на измерената относителна вероятност на разпадане, $BR(K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$, получените стойности на относителните тегла на DE и Int приноси спрямо IB приноса, както и определените горни граници на CP и P асиметриите.

Формулирани са основните научни приноси на дисертацията като се акцентира върху индивидуалния принос на автора към представената изследователска работа [14,15,16,17,18,19,20]. В Приложението е включена програмата за пресмятане на IB, DE и Int приноси в амплитудата на изследваните процеси $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$, които определят пълния вид на матричния елемент.

Глава 1: Въведение

Каонните процеси на разпадане могат да се групират най-общо в три категории: процеси, при които доминира физиката на "къси" разстояния като $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \nu \bar{\nu} [1,2]$; процеси, при които приносът от взаимодействия на "къси" разстояния е съизмерим с приноса на взаимодействия на "дълги" разстояния като $K_L \to \pi^0 e^+ e^-$ [3] и процеси, при които физиката на "дълги" разстояния е доминираща като $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0} \gamma$ [4]. В продължение на много години разпаданията от последната категория представляват много добър инструмент за изучаване на нискоенергетичната структура на Квантовата Хромодинамика [5,6,7]. $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 \gamma^* \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ процесите са от третата категория и са много близки до $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0} \gamma$ ($m_{\gamma} = 0$) разпаданията [8,9,10]. И двата каонни процеса могат да произхождат от два възможни механизма даващи приноси в амплитудата на разпадане: доминиращо вътрешно спирачно лъчение (IB) и директно излъчване (DE). Характерното е, че DE механизмът се състои от електромагнитни преходи. ІВ и DE приносите в амплитудата на разпадане на $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ канала са изучени в значителни подробности в [11], където са изложени и числени предсказания за големината на IB и магнитната компонента на DE използвайки произволни кинематични променливи при пресмятанията. Идентифицирането на областите, където се отличават различните приноси в амплитудата на разппадането на изследвания процес и съответно възможност за тяхното измерване е получено след подробен анализ на кинематичното пространство със същите променливи използвани и в изучаването на $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 \gamma$ разпадите [12].

Търсенето на процесите $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ и тяхното изследване могат да потвърдят и евентуално подобрят точността на измерване на електричната интерференция между приносите IВ и DE. Също така тези каонни разпади представляват възможност за измерването на интерференцията между IВ и магнитната компонента на DE, която е характерна само за тях. Това от своя страна означава измерване на пълния DE принос в амплитудата на разпадане и свързаните с него нискоенергетични константи на взаимодействие в ChPT [12,13].

Глава 2: $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ процеси

 $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0} \gamma^{*} \to \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}$ процесите се характеризират с раждането на виртуален фотон (γ^{*}), който конвертира в електрон-позитронна двойка. Това е възможно чрез два механизма даващи приноси в амплитудата на разпадане (Фиг. 1): вътрешно спирачно лъчение (IB) и директно излъчване (DE).

IB приносът се пресмята с прилагането на квантово-електродинамични корекции към амплитудата на разпадане на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}$ [5]. DE механизмът се разглежда като електромагнитен преход от началното K^{\pm} състояние към крайното състояние, от което се раждат π^{\pm} и π^{0} . В слабите взаимодействия четността не се запазва и следователно DE може да се прояви и от електричен (E), и от магнитен (M) преходи. За пресмятането на DE приноса в амлитудата на разпадане се използва ChPT. И IB, и DE амплитудите са комплексни, поради което възниква интерференция помежду им при пресмятането на квадрата на пълната



Фигура 1: Файнманови диаграми описващи IB и DE приносите в амплитудата на разпадане на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}$ процесите са съответно първите две отляво и най-вдясно.

амплитуда на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^{0} \gamma^{*}$:

$$|A_{K \to \pi \pi \gamma^*}|^2 = \left| A^{IB} + A^{DE(E)} + A^{DE(M)} \right|^2 \equiv \left| A^{IB + DE(E)}_{Electric} + A^{DE(M)}_{Magnetic} \right|^2.$$
(1)

2.1: Диференциална ширина на разпадане

Най-общият инвариантен вид на амплитуда за $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0} \gamma^{*} \to \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}$ процесите представлява ковариантно произведение между лептонния и адронния токове:

$$A_{K \to \pi\pi ee} = \frac{e}{q^2} [\bar{u}(k_-)\gamma^{\mu}v(k_+)] J_{\mu}(p_1, p_2, q) = \frac{e}{q^2} j^{\mu}(k_1, k_2) J_{\mu}(p_1, p_2, q),$$
(2)

където с p_1, p_2 са означени 4-импулсите на електрически заредения и електрически неутралния π -мезони, с k_1, k_2 са дадени 4-импулсите на електрона и позитрона, а $q = k_1 + k_2$ е 4-импулса на виртуалния фотон. iJ_{μ} представлява общия слаб връх на разпадане на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}\gamma^{*}$ процеса изобразен с кръгче на Фиг.1. Електрослабият адронен ток се разлага на електрична и магнитна компоненти с помощта на три форм фактора $F_{1,2,3}$: $J_{\mu}(p_1, p_2, q) = F_1 p_{1\mu} + F_2 p_{2\mu} + F_3 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_{1\nu} p_{2\alpha} q_{\beta}$. Видът на диференциалната ширина на разпадане на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ процеса е:

$$d\Gamma = \frac{1}{M_K} |A|^2 d\Phi = \frac{1}{M_K} \cdot \frac{e^2}{q^4} \left(|A_E|^2 + |A_M|^2 + A_{EM} \right) d\Phi, \tag{3}$$

където $d\Phi$ е диференциала на инвариантното фазово пространство за четиричастичен процес на разпадане. В израза (3) с индексите E и M са означени приносите на електричната и магнитната компоненти на $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 \gamma^*$ процесите, а с EM – интерференцията между тях. Пълният вид на всеки член на $|A|^2$ e:

$$\begin{aligned} |A_{E}|^{2} &= (-4m_{\pm}^{2}q^{2} + (qP + qQ)^{2} - (kP + kQ)^{2})|F_{1}|^{2} \\ &+ (-4m_{0}^{2}q^{2} + (qP - qQ)^{2} - (kP - kQ)^{2})|F_{2}|^{2} \\ &+ (F_{1}F_{2}^{*} + F_{1}^{*}F_{2})(-q^{2}(P^{2} - Q^{2}) + (qP)^{2} + (kQ)^{2} - (qQ)^{2} - (kP)^{2}); \\ |A_{M}|^{2} &= |F_{3}|^{2} \Big\{ m_{e}^{2} \Big[\Big(16m_{\pm}^{2}m_{0}^{2} - (P^{2} - Q^{2})^{2} \Big) q^{2} - 4m_{\pm}^{2} \Big((qP)^{2} + (qQ)^{2} \Big) \\ &- 4m_{0}^{2} \Big((qP)^{2} - (qQ)^{2} \Big) + 2(P^{2} - Q^{2}) \Big((qP)^{2} - (qQ)^{2} \Big) \Big] \\ &+ \frac{1}{4} (kP + kQ)^{2} \Big((qp - qQ)^{2} - 4m_{0}^{2}q^{2} \Big) + \frac{1}{4} (kP - kQ)^{2} \Big((qP + qQ)^{2} - 4m_{\pm}^{2}q^{2} \Big) \\ &+ 2 \Big((kP)^{2} - (kQ)^{2} \Big) \Big(q^{2}P^{2} - q^{2}Q^{2} - (qP)^{2} + (qQ)^{2} \Big) \Big\} \\ A_{EM} &= \Big((kP + kQ)(F_{1}^{*}F_{3} + F_{1}F_{3}^{*}) + (kP - kQ)(F_{2}^{*}F_{3} + F_{2}F_{3}^{*}) \Big) \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}k_{\mu}q_{\nu}P_{\rho}Q_{\sigma}, \end{aligned}$$

където с m_{\pm} и m_0 са означени масите съответно на π^{\pm} и π^0 мезоните, с $k = k_1 - k_2$ е представена разликата на 4-импулсите на лептоните, с Р и Q са въведени следните променливи за дипионната двойка: $P = p_1 + p_2$ и $Q = p_1 - p_2$. При сравнението на изразите от (4) с пълната амплитуда от [11] и от [12] са забелязани някои малки разлики, които са обяснени в дисертацията и в [19]. Електричните форм фактори могат да бъдат разложени на два члена асоциирани съответно с приносите в амплитудата от спирачно лъчение (*IB*) и от директно излъчване (*DE*) на виртуалния фотон: $F_i = F_i^{IB} + F_i^{DE}$ (i = 1, 2), а магнитният форм фактор се състои изцяло от DE в амплитудата: $F_3 = F_3^{DE}$:

$$F_1^{IB} = \frac{2ie(qP - qQ)}{(q^2 + qQ + qP)(q^2 + 2qP)} \mathcal{M}(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^0) \quad \mathbf{M}$$

$$F_2^{IB} = \frac{-2ie}{q^2 + 2qP} \mathcal{M}(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^0). \quad (5)$$

$$F_{1}^{DE} = -\frac{ieG_{8}e^{i\delta_{1}^{1}}}{f_{\pi}} \Big((qP - qQ)N_{E}^{(0)} + \frac{4}{3}q^{2}N_{E}^{(1)} + 4q^{2}L_{9} \Big),$$

$$F_{2}^{DE} = \frac{ieG_{8}e^{i\delta_{1}^{1}}}{f_{\pi}} \Big((qP + qQ)N_{E}^{(0)} + \frac{2}{3}q^{2}N_{E}^{(2)} \Big),$$

$$F_{3}^{DE} = -\frac{2eG_{8}e^{i\delta_{1}^{1}}}{f_{\pi}}N_{M}^{(0)}.$$
(6)

В изразите (6) с δ_1^1 и δ_0^2 са обозначени фазите на силно взаимодействие (FSI), които се асоциират с взаимодействия между π -мезоните в крайното състояние, $\delta m^2 = m_{\pm}^2 - m_0^2$ е параметъра нарушаващ изоспиновата симетрия, а с f_{π} е означена константата на разпадане на пиона със стойност 92.4MeV. G_8 и G_{27} са константи на взаимодействие получени от $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^0$ процесите: $|G_8| \simeq 9.1 \times 10^{-6} GeV^{-2}$ и $G_{27}/G_8 \simeq 1/18$. Нискоенергетичните константи на взаимодействия в ChPT: $N_E^{(0)}$, $N_E^{(1)}$, $N_M^{(2)}$, $N_M^{(0)}$ и L_9 са комбинация от характерни за теорията контра-членове, чиито числени стойности се извличат от експериментални измервания на различни параметри свързани с конкретни процеси на разпадания [11,12,13].

2.2: Система на покой на заредения каон

Аналогично на K_{e4} процесите се въвеждат пет независими кинематични променливи, които напълно описват канала на разпадане $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$: квадратите на дипионната и делептонната инвариантни маси, $s_{\pi} = (p_1 + p_2)^2$ и $s_e = q^2 = (k_1 + k_2)^2$, и три ъгъла: θ_{π} ъгъла между π^{\pm} в $(\pi^{\pm}\pi^{0})$ -система център на масите и посоката на движение на дипионната двойка в система на покой на каона; θ_e – ъгъла между e^{+} в $(e^{+}e^{-})$ -система център на масите и посоката на движение на дилептонната двойка в система на покой на каона и ϕ – азимуталния ъгъл между равнините на дипионната и дилептонната двойки в системата на покой на каона [22,23,24]. Изразът за фазовото пространство в K_{e4} прменливи придобива следния вид:

$$d\Phi = \frac{1}{4(4\pi)^6} \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{s_e}} \sqrt{1 - \frac{(m_{\pm} + m_0)^2}{s_{\pi}}} \sqrt{1 - \frac{(m_{\pm} - m_0)^2}{s_{\pi}}} \sqrt{1 - \frac{(\sqrt{s_{\pi}} + \sqrt{s_e})^2}{m_k^2}} \times \sqrt{1 - \frac{(\sqrt{s_{\pi}} - \sqrt{s_e})^2}{m_k^2}} ds_{\pi} ds_e d\cos\theta_{\pi} d\cos\theta_e d\phi.$$
(7)

За пресмятането на $d\Gamma(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{-}e^{-})$ чрез $(s_{\pi}, s_{e}, \theta_{\pi}, \theta_{e}, \phi)$ е необходимо да се пресметнат ковариантните скаларни произведения след Лоренцови трансформации [14,19], а именно:

$$qP = \frac{m_k^2 - s_\pi - s_e}{2};$$

$$qQ = (qP) \cdot \frac{\delta m^2}{s_\pi} + \frac{\beta_\pi \lambda^{\frac{1}{2}} (s_\pi, m_{\pm}^2, m_K^2)}{2} \cos \theta_\pi;$$

$$kP = \frac{1}{2} \beta_e \lambda^{\frac{1}{2}} (s_\pi, m_K^2, q^2) \cos \theta_e;$$

$$kQ = \beta_e \cos \theta_e \Big(\frac{\delta m^2}{s_\pi} \frac{\lambda^{\frac{1}{2}} (s_\pi, m_K^2, q^2)}{2} + (qP) \beta_\pi \cos \theta_\pi \Big)$$

$$- \beta_\pi \beta_e (q^2 s_\pi)^{\frac{1}{2}} \sin \theta_e \sin \theta_\pi \cos \phi,$$
(8)

където:
$$\beta_{\pi} = \frac{\lambda^{\frac{1}{2}}(s_{\pi}, m_{\pm}^2, m_0^2)}{s_{\pi}}; \qquad \beta_e = \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{s_e}}.$$

2.3: Система на покой на дилептонната двойка

В системата на покой на дилептонната двойка ($\vec{q} = \vec{k_1} + \vec{k_2} = 0$) 4-импулсите на виртуалния фотон и лептоните имат следния вид:

$$q = (\omega, 0, 0, 0) \quad \mathbf{u} \quad k = \omega(0, v\vec{n}), \tag{9}$$

където ω е енергията на γ^* , \vec{n} е единичния вектор и $v = \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{\omega^2}}$ е скоростта на електрона или позитрона. Квадратът на матричния елемент след интегриране по пространствения

ъгъл от фазовото пространство (7) е:

$$\int \sum_{\lambda} |A|^2 d\Omega_q = \int \left[\frac{2e^2}{s_e} \left(|\vec{J}|^2 - \frac{(\vec{J}\vec{q})(\vec{J}\vec{q})}{s_e} \right) \right] d\Omega_q$$
$$= \frac{2\pi e^2}{s_e} |\vec{J}|^2 \left(1 - \frac{k^2}{3q^2} \right) = \frac{8\pi e^2}{s_e} |\vec{J}|^2 \left(1 - \frac{v^2}{3} \right), \tag{10}$$

където големината на адронния ток е функция от три-импулсите на двата пиона, $\vec{p_1}$ и $\vec{p_2}$, в системата на покой на дилептонната двойка:

$$|\vec{J}|^2 = \vec{p_1}^2 |F_1|^2 + \vec{p_2}^2 |F_2|^2 + 2(\vec{p_1}\vec{p_2})Re(F_1F_2^*) + s_e(\vec{p_1}^2\vec{p_2}^2 - (\vec{p_1}\vec{p_2})^2)|F_3|^2.$$
(11)

Пълният вид на $d\Gamma(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$ и форм-факторите в система на покой на електрона и позитрона е:

$$d\Gamma = \frac{\alpha^2}{4(4\pi)^3 M_K s_e} \Big(|F_1|^2 \vec{p_1}^2 + |F_2|^2 \vec{p_2}^2 + 2(\vec{p_1} \cdot \vec{p_2}) Re(F_1 F_2^*) + s_e \Big[\vec{p_1}^2 \vec{p_2}^2 - (\vec{p_1} \vec{p_2})^2 \Big] |F_3|^2 \Big) \Big(1 - \frac{v^3}{3} \Big) ds_\pi ds_e d\cos\theta,$$
(12)

$$F_1^{IB} = \frac{2i(\gamma E_2^* - \beta p^* \cos \theta)}{(\gamma E_1^* + \beta p^* \cos \theta + \omega/2)(M_K^2 - s_\pi)} |\mathcal{M}(K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0)| e^{i\delta_0^2};$$
(13)

$$F_2^{IB} = \frac{2i}{(M_K^2 - s_\pi)} |\mathcal{M}(K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0)| e^{i\delta_0^2};$$
(14)

$$F_1^{DE} = \frac{2iG_8}{f_\pi} e^{i\delta_1^1} \Big(N_E^{(0)} \omega(\gamma E_2^* - \beta p^* \cos \theta) + \frac{2}{3} \omega^2 N_E^{(1)} + 2q^2 L_9 \Big); \tag{15}$$

$$F_2^{DE} = \frac{2iG_8}{f_\pi} e^{i\delta_1^1} \Big(N_E^{(0)} \omega(\gamma E_1^* - \beta p^* \cos \theta) + \frac{1}{3} \omega^2 N_E^{(2)} \Big); \tag{16}$$

$$F_3^{DE} = \frac{2iG_8}{f_\pi} e^{i\delta_1^1} N_M^{(0)}.$$
(17)

Ъгълът θ е между π^{\pm} -мезона в системата на покой на дипионната двойка и посоката на движение на $(\pi^{\pm}\pi^{0})$ -системата в система на покой на дилептонната двойка, $\gamma = \frac{M_{K}^{2} - s_{\pi} - s_{e}}{2\sqrt{s_{\pi}s_{e}}}$ е Лоренцовия фактор, $\beta = \sqrt{\gamma^{2} - 1}$, а p^{*} е импулса на пионите в система на покой на $(e^{+}e^{-})$ -двойка. От израза (12) се вижда, че $d\Gamma(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$ се изчислява само с три независими кинематични променливи (s_{π}, s_{e}, θ) като две от тях са инвариатни [14,19].

За проверяване на теоретичните пресмятания в система на покой на дилептонната двойка са направени два вида сравнения спрямо аналогичните изчисления в система на покой на каона, които са генерирани с помощта на CERNLIB библиотеката [26] като за квадрата на матричния елемент е използван израза (4). В Приложението на дисертацията е представена програмата, която е използвана за гореспоменатите сравнения.

програмата, която е използвана за гореспоменатите сравнения. На Фиг. 2 са показани сравненията на $\frac{d\Gamma^{full}}{dq^2} \left(\frac{d\Gamma^{full}}{ds_{\pi}}\right)$ между двете отправни системи, където е очевидна отличната съгласуваност между двата подхода.

Втората проверка е осъществена чрез сравнение на зависимостите между $\frac{d\Gamma^{full}}{dq^2}(\frac{d\Gamma^{fall}}{ds_{\pi}})$ и $\frac{d\Gamma^{IB}}{dq^2}(\frac{d\Gamma^{IB}}{ds_{\pi}})$, които са получени в двете отправни системи и са показани на Фиг. 3. Разликата се дължи на много малкия принос от DE механизма и се вижда ясно, че се проявява или при големи стойности на q^2 , или при малки стойности на s_{π} .



Фигура 2: Сравнение на $\frac{d\Gamma^{full}}{dq^2}$ и $(\frac{d\Gamma^{full}}{ds_{\pi}})$, където с плътна крива е представен резултата от теоретичните пресмятания в системата на покой на лептонната двойка и с точки със съответните статистически грешки е изобразен резултата в системата на покой на K^{\pm} -мезона.



Фигура 3: Сравнение между ширината на разпадане дължаща се на IB приноса (плътна линия) и пълната ширина на разпадане (пунктирана линия) като функция на инвариантните маси на дилептонната и дипионната системи.

Глава 3: Експеримент NA48/2

NA48/2 е наследник на експериментите на фиксирана мишена NA48 [27] и NA48/1 [28] и е разположен в северната част на ускорителя SPS на Европейския център за ядрени изследвания (ЦЕРН). Основната му цел е търсенето на директно СР нарушене в процеси на разпадания на заредни каони на три π -мезона [29,30]. Заредените каонни снопове с висока интензивност дават отлични възможности да се изследват свойствата на полулептонни и редки K^{\pm} -мезонни разпадания, които са свързани с измерването на параметри на Стандартния Модел и СhPT [31,32,33,34,35].

Протонен пулс с импулс от 400GeV/с и с продължителност 4.8s се извлича от ускорителя SPS на всеки 16.8s и се транспортира до берилиева мишена, вследствие на което се генерират снопове от положително и отрицателно заредените частици. Формирането на вторичните заредени снопове със среден импулс от 60GeV/с се реализира чрез две ахроматни системи, всяка от които се състои както от 4 диполни магнити за разделяне и съответно събирането в едно направление на положителните и отрицателните частици, така и колиматори с регулиращи се отвори. Между двете ахроматни системи са инсталирани 4 квадруполни

магнита, с чиято помощ се фокусират двата заредени снопа. Във втория ахромат са разположени две от трите станции на спектрометър на заредените снопове наречен KABES [37]. Всяка KABES станция се състои от 2 времепроекционни камери конструирани на основата на MICROMEGAS технологията [38]. Всяка MICROMEGAS камера измерва положенията на частиците от вторичните снопове в хоризонтално и вертикално направления при поток от около 20МНг [39]. След серия от 2 колиматора получените заредени вторични снопове са почти успоредни и се транспортират едновременно до разпадания обем с дължина 114m. Положителният сноп на входа на разпадния обем е оценен на 3.8×10^7 частици за един цикъл на ускорителя, от които 2.2×10^6 са K^+ (~ 5.7%), а отрицателния сноп се състои от 2.6×10^7 частици, където 1.3×10^6 са K^- (~ 4.9%). По време на набирането на данни полярността на цялата магнитна система от формирането на сноповете се сменя периодично като по този начин се сменят пътищата на транспортиране на K^+ и K^- . Разпадният обем представлява цилиндрична вакуумна тръба с диаметър 1.92m в началото, която се разширява до 2.4m в последните си 48m. Налягането в разпадния обем е по-малко от 10⁻⁴mbar за избягване на взаимодействия на K^{\pm} -мезоните и тяхните продукти на разпадане с остатъчния газ преди да бъдат регистрирани от детекторите. В самия й край е инсталирана преграда от кевлар разделящ вакуума от газа в магнитния спектрометър, който е хелий при атмосферно налягане. Седем пръстена, всеки от които се състои от 2 сцинтилаторни слоя и железен блок с дебелина 3.5cm, образуват AKL вето система. Пет от AKL пръстените са разположени около разпадния обем, а две около обема на магнитния спектрометър. Тя е специално проектирана за регистрация на частици движещи се при ъгли по-големи от апертурата на NA48/2 детектора [36]. След кевларовия прозорец е разположен централният детектор на експеримента, чиито компоненти са:

 Магнитен спектрометър състоящ се от четири дрейфови камери (DCHs) и един диполен магнит разделящ координатните детектори на две двойки. С негова помощ се изчисляват импулсите на заредените частици (следи) след измерването на тяхните координати и ъгъла им на закривяване [40,41,42]. Полярността на магнита се променя по време на набирането на данни, за да се намали систематиката дължаща се на различната ефективност на регистрация за К⁺ и К⁻ [43]. Разделителните способности за измерване на координатите и за измерване на времето на регистрираните частици в дрейфовите камери са съответно 95μm и 700рs. Разделителната способност по импулси е:

$$\frac{\sigma(p)}{p} \simeq 1.02\% \otimes 0.044 \cdot p[GeV/c]\%. \tag{18}$$

- Сцинтилационен ходоскоп (CHOD), който е изграден от хоризонтална и вертикална плоскости всяка с по 64 на брой сцинтилатора. Използва се за бърза регистрация на заредени частици по време, чиято информация се предава на тригерната система. Разделителната му способност по време е 250ps.
- Електромагнитен калориметър (LKr) представляващ квази-хомогенна йонизационна камера, чийто активен обем е запълнен с втечнен криптон [44,45,46]. Калориметърът е поместен във вакуумно изолиран криостат при температура 121К. Той е специално проектиран да измерва енергията, положението и времето на заредени частици и фотони. Активният обем на LKr е 10m³ и е разделен на 13248 клетки. Линейността

(хомогенноста) на отклика на електромагнитния калориметър е в рамките на 0.1%, а измерената разделителна способност по енергия е:

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{3.2\%}{\sqrt{E}} \otimes \frac{9\%}{E} \otimes 0.42\%, \quad$$
където Е [GeV]. (19)

- Неутрален ходоскоп (NHOD), който се състои от 256 групи от сцинтилаторни влакна инсталирани вертикално в обема на LKr на дълбочина от 9.5 радиацинни дължини. Всяка група от сцинтилаторни нишки се съдържа 20 на брой влакна с общ диаметър 5.5mm. Използва се за формирането на независим тригер с минимални изисквания за неутрални събития и съответно за измерване на ефективността на неутралната тригерна система. Разделителна му способност за измерване на времето на преминалите частици е около 250 ps.
- Адронен калориметър (НАС), който е разположен веднага след LKr и се състои от редуващи се сцинтилаторни и железни плоскости. Напречният размер на активната му област е $2.7 \times 2.7m^2$. Предназначението му е измерване на енергията на силновзаимодействащи частици, чиято информация се използва в тригера за неутрални събития. Разделителната способност по енергии е $\sigma(E)/E = 65\%/\sqrt{E[GeV]}$.
- Мюонно вето (MUV) е система изградена от три плоскости от пластамасови сцинтилатора като пред всяка от тях е разположен железен блок (мюонен филтър) с дебелина 0.8m. Разделителната способност за измерване на времето на преминалите мюони през MUV е около 700ps, а реконструиранта ефективност е 99% за събития с един мюон, чиято енергия е над 5GeV.
- Мониторинг на положението на заредените снопове е система, която е разположена в самия края на сноповата тръба точно след края на MUV и преди допълнителната стена за поглъщане на частиците. Тя се състои от две 8×8 матрици от пластмасови сцинтилаторни блокове (пиксели) като напречният размер на една матрица е $50 \times 50 mm^2$ и напълно съдържа съответния зареден сноп. Измереното средно квадратичното отклонение на сноповете в края на сноповата тръба е около 6mm. С помощта на тази система се получава информация за фокусирането, точното положение и геометрията на заредените снопове по време на събирането на данни.

Глава 4: Системи за филтриране на събития и събиране на данни

Експериментът NA48/2 събира данни през 2003г. и 2004г. с почти еднаква продължителност от време. Пълния период на набор на данни през 2003г. продълждава 80 дни като първите две седмици са били посветени за нагласяването и проверката на система за формиране на заредени каонни снопове, за калибровката на отделните детекторни под-системи и за определянето на тригерните сигнали. Изчисляването и интегрирането на калибровките по детекторите са направени чрез снопове състоящи се от различни видове частици. През 2004г. пълният период на събиране на данни е 90 дни. През втората му половина четящата система на електромагнитния калориметър е модифицирана, за да се намали обема на пакетите от данни за всяко събитие. Проведени са повече на брой периоди за набор на данни при стабилни условия с мюонни снопове, с което е постигната голяма стабилност на измерените координати в магнитния спектрометър до ниво $20\mu m$.

Тригерната система на NA48/2 експеримента се състои от три нива и е конфигурирана по начин, който позволява да се направи ефективен отбор на кандидат-събития от интересни каонни процеси със значително отхвърляне на фонови канали на разпадания. Всеки детектор от експерименталната установка оцифрова и запазва регистрираната информация за ограничено време в буфери докато логиката на тригерната система не "вземе" решение дали да се запише или отхвърли конкретно събитие. Първото тригерно ниво (L1) е базирано изцяло на филтриране на сигналите от поддетекторите (хардуерно), които се четат синхронно на всеки 25ns според конкретно избрано референто време (общ 40MHz часовник на експеримента [47]). След L1 обемът на редуцираните данни е около 500kHz. Второто ниво (L2) на тригерната система се състои от две независими компоненти, неутрална (L2N) [48] и заредена (L2C) [49], и е отчасти асихронна. Обемът на данните преминали L2 е от порядъка на 50kHz и се използва за вход на система наречена тригерен супервайзър (TS), който отговаря за окончателното решение кои данни да се запазят в дисковете на компютърна ферма, където се извършва първична реконструкция на събитията [50]. TS подава команда към всички детекторни подсистеми за всяко събитие, за което е взето решение да се запази като по този начин се определя времето на регистриране на потенциално интересното събитие, измерено в сцинтилационния ходоскоп спрямо началото на всеки пакет от записани данни. Тригерните сигнали използвани по време на набирането на данни през 2003-2004г. са описани в 4 глава от дисертацията и в [51]. След това данните се подават към Централна система за записване на данни (CDR) [52], където според характеристиките си събитията са разделени на различни видове разпадания от софтуерен филтър (тригер от трето ниво, L3) без да отхвърля каквато и да е било информация.

След L3 суровите данни се записват на дискове в Compact формат, който е специално разработен за NA48 експериментите. Файловете със суровите и компактни данни се запазват на ленти CASTOR [53]. Най-често, физичните анализи се извършват като се използва Super Compact (SC)-формата, който е базиран на редуцираната налична информация за всяко събитие в Compact файловете с обработени данни без използването на каквито и да е било критерии за отбор [54].

Глава 5: Стратегия за измерване на $BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$. СР и Р асиметрии

6.1: Принцип на анализиране на данните и измерване на $BR(K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$

Ширината на разпадане на изследвания процес (сигнал), $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$, включващ и разпадането на неутралния пион на два фотона ($\pi^{0} \to \gamma\gamma$), е измерена с помощта на втори процес (нормировъчен) състоящ се от верига на два канала на разпадане – $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}$ последван от Далиц разпадането на π^{0} -мезон ($\pi^{0}_{D} \to e^{+}e^{-}\gamma$). Двата каонни канала на разпадане, основния и нормировъчния, са селектирани едновременно при една и съща тригерна логика. Отношението на ширините на разпадане представлява отношението съответно на относителните вероятности на разпадане (BR) на процесите $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0}_{\gamma\gamma} e^{+} e^{-}$ и $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0}_{D}$, откъдето се получава пълната формула за измерването на $BR(K \to \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-})$:

$$BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}) = \frac{N_{s} - N_{bs}}{N_{n} - N_{bn}} \cdot \frac{A_{n} \times \epsilon_{n}}{A_{s} \times \epsilon_{s}} \cdot BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0}) \cdot \frac{BR(\pi^{0}_{e^{+}e^{-}\gamma})}{BR(\pi^{0}_{\gamma\gamma})}, \quad (20)$$

където индекса "s" се отнася за изследвания сигнал, а индекса "n" - за нормировъчния канал на разпадане. С $N_s(N_n)$ са означени броя на селектираните кандидат-събитията за съответния процес на разпадане от данните; с $N_{bs}(N_{bn})$ - броя на фоновите събития за конкретния процес; с $A_s(A_n)$ и $\epsilon_s(\epsilon_n)$ - геометрична ефективност на регистрация и тригерна ефективност след критериите за отбор съответно на $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0_{\gamma\gamma} e^+ e^-$ и $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0_D$.

За сигнала и за нормировъчния разпад са генерирани МК симулации, в които са заложени теоретичното описание на съответните процеси и отклика на детекторите на NA48/2 експеримента. Прецизното моделиране на каонните разпадания дава възможност да се оцени ефективността, с която се селектират кандидат-събитията, а също така и да се провери съгласуваността между теоретичните очаквания и измерените експериментални наблюдаеми. Геометричната ефективност на регистрация $A_s(A_n)$ по определение се изчислява само от информацията от МК симулациите. Тя представлява отношението между броя на реконструираните събития след всички критерии на отбор и пълния брой на генерираните K^{\pm} -мезони, които са се разпаднали в границите на разпадния обем преди каквито и да е било изисквания. По-специално, A_s представлява всъщност сума от геометричните ефективности на регистрация на IB, DE и Int приноси на процесите $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ с определени тегла [12]:

$$A_s = \frac{(A_s(IB) + A_s(DE)/71 + A_s(INT)/128)}{(1 + 1/71 + 1/128)}.$$
(21)

За пресмятането на относителната вероятност на разпадане на сигнала се приема, че нормировъчният канал на разпадане е с известна такава: $BR(K \to \pi^{\pm}\pi^{0}) = (0.2067 \pm 0.0008)$, която е корегирана с отношението на ширините на разпадане $\Gamma(\pi_{D}^{0})/\Gamma(\pi_{\gamma\gamma}^{0}) = (1.188 \pm 0.035)\%$. Последното е изискване от критерии за отбор на кандидат-събитията за сигнала и нормировъчния канал, които включват съответно и процесите $\pi_{\gamma\gamma}^{0}$ и π_{D}^{0} [25].

6.2: СР- и Р-асиметрии

Изучаването на $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ разпадите дават възможност за измерването на СР и Р асиметрии, предложени от авторите на [12], които са свързани с взаимодействия на "къси" и "дълги" разстояния.

Най-простата наблюдаема, която може да бъде дефинирана, е зарядовата асиметрията между вероятностите на K^+ и K^- разпаданията на $\pi^{\pm}\pi^0 e^+ e^-$, които са интегрирани по цялото фазово пространство:

$$A_{CP} = \frac{\Gamma(\pi^+ \pi^0 e^+ e^-) - \Gamma(\pi^- \pi^0 e^+ e^-)}{\Gamma(\pi^+ \pi^0 e^+ e^-) + \Gamma(\pi^- \pi^0 e^+ e^-)}.$$
(22)

Авторите на [12] дефинират още две наблюдаеми (асиметрии) като подбират някои определени области от ϕ -пространството:

$$\int_{0}^{2\pi} d\phi^* \equiv \left[\int_{0}^{\pi/2} - \int_{\pi/2}^{\pi} + \int_{\pi}^{3\pi/2} - \int_{3\pi/2}^{2\pi}\right] d\phi, \ A_{CP}^{\phi^*} = \frac{\int_{0}^{2\pi} (d\Gamma_{(K^+ - K^-)}/d\phi) d\phi^*}{\int_{0}^{2\pi} (d\Gamma_{(K^+ + K^-)}/d\phi) d\phi}$$
(23)

$$\int_{0}^{2\pi} d\tilde{\phi} \equiv \left[\int_{0}^{\pi/2} + \int_{\pi/2}^{\pi} - \int_{\pi}^{3\pi/2} - \int_{3\pi/2}^{2\pi}\right] d\phi, A_{CP}^{\tilde{\phi}} = \frac{\int_{0}^{2\pi} (d\Gamma_{(K^{+}-K^{-})}/d\phi) d\tilde{\phi}}{\int_{0}^{2\pi} (d\Gamma_{(K^{+}+K^{-})}/d\phi) d\phi}.$$
 (24)

Най-важното преимущество на $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}\gamma^{*} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ пред $K^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{0}\gamma$ ($m_{\gamma} = 0$) процесите е намирането на CP-нарушаваща наблюдаема незасегната от потискането на фазите на силното взаимодействие (FSI). $A_{CP}^{\phi^{*}}$ съдържа интерференцията между IB приноса и магнитната компонента на DE. Изразът (23) представлява CP-нарушаваща наблюдаема характерна единствено за $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ процесите, понеже произхожда от факта, че виртуалният фотон може да генерира амплитуди с различна спиралност. $A_{CP}^{\tilde{\phi}}$ е алтернативно предложената асиметрия, която е също CP-нарушаваща наблюдаема и е пряко свързана с ефектите на взаимодействие на "къси" разстояния.

Имайки предвид спецификата на NA48/2 детектора, то може да бъде определена асиметрия само в направлението, в което се генерират и разпадат заредените К-мезони, която съдържа и $A_{CP}^{\phi^*}$, и $A_{CP}^{\tilde{\phi}}$:

$$A_{CP}^{f} = \frac{\int_{0}^{\pi/2} \frac{d\Gamma(K^{+}-K^{-})}{d\phi} d\phi - \int_{3\pi/2}^{2\pi} \frac{d\Gamma(K^{+}-K^{-})}{d\phi} d\phi}{\int_{0}^{\pi/2} \frac{d\Gamma(K^{+}+K^{-})}{d\phi} d\phi + \int_{3\pi/2}^{2\pi} \frac{d\Gamma(K^{+}+K^{-})}{d\phi} d\phi}.$$
 (25)

В [12] е предложена също така и наблюдаема даваща информация за P-нарушаване при взаимодействия на "дълги" разстояния:

$$A_P^L = \frac{\int_0^{2\pi} \frac{d\Gamma}{d\phi} d\phi^*}{\int_0^{2\pi} \frac{d\Gamma}{d\phi} d\phi}.$$
 (26)

 A_P^L е получена при разглеждането на асиметрия между K^+ и K^- в съответните областите от ϕ -пространството: $(0, \pi/2), (\pi, 3\pi/2)$ и $(\pi/2, \pi), (3\pi/2, 2\pi)$. Прецизното измерване на A_P^L е важно за ChPT, защото би позволило да се провери знака на $N_M^{(0)}$ и да се извлече експериментална стойност на sin δ .

Глава 6: Обща реконструкция на NA48/2. Критерии за селектиране на процесите $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ и $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}_{D}$.

За всеки детектор от експерименталната NA48/2 установка е разработена програма за реконструкция, за да се получи и запише само полезната информация от първичните данни в Compact-формат. В глава шеста от дисертацията са изложени най-важните идеи от алгоритмичните етапи за извличането на величините, които са използвани в анализа на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$, като тук са са само изброени:

- Сигналите от магнитния спектрометър са напълно достатъчни, за да се направи реконструкция на заредените частици включваща две големи структури: един за следите с асоцииран към него списък от величини като електричен заряд, три-импулс, времена, напречни и надлъжни координати и наклони (ъгли) преди и след диполния магнит на следите и т.н., и втора структура съдържаща списък от величини отнасящ се за реконструираните върхове на разпадания в разпадния обем [55,56,57]..
- Първичните сигнали от LKr се използват за определянето на времето, енергията, координатите и размерите на електромагнитните лавини, които са инициирани от преминалите частици в калориметъра. Характерно е, че електроните/позитроните и фотоните оставят пълната си енергия, а останалите видове заредени частици отделят само част от своята енергия в LKr. Основните идеи за алгоритмите за реконструкция на електромагнитните клъстери се състои от няколко големи етапа, които са описани в шеста глава от дисертацията и в [58].

Пълният набор от данни, записан в SC-формат, е филтриран допълнително със специална предварителна селекция, за да се ускори максимално обработката на данни за измерването на $BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$. Наложените предварителни условия на отбор за всяко кандидатсъбитие са обобщени в две групи:

- 1. Филтриращи условия на тригерно ниво:
 - (a) Поне един връх на разпадане в разпадния обем, който да е реконструиран от три следи на заредени частици.
 - (б) Поне един клъстер в LKr, който да е асоцииран от поне един e^{-}/e^{+} -кандидат (p > 1.5 GeV/c и E/p > 0.8).
 - (в) Отхвърляне на K[±] → π[±]π⁺π⁻ кандидат-събития като е поискан критерии да се запазят само тези събития, които се съдържат в елипса с полуоси (6MeV/c², 10MeV/c) в равнината (M_{3π}-M_{K[±]}, p_T), където с p_T е означен напречният импулс на трите заредени следи; с M_{3π} е означена реконструираната инвариантна маса на трите следи, а с M_{K[±]} е означена номиналната маса на заредения К-мезон от [25].
- 2. Изисквания отнасящи се до геометричните условия на NA48/2 детектора:
 - (а) Върхът на разпадане да попада в разпадния обем.
 - (б) Разстоянието между всеки две заредени следи в DCH1 да е по-голямо от 1cm, за да се премахнат всички конверсии на γ → e⁻e⁺, които са резултат между взаимодействеито на γ-квантите и прозореца от кевлоар между разпадния обем и DCH1.

Последното изискване, отнасящо се за разстоянието между всеки две следи в DCH1, не е използвано в симулираните събития на анализираните каонни процеси, когато се изчисляват тяхните геометрични ефективности на регистрация (A_s, A_n) . Това води до силно надценяване с фактор от 1.5 до повече от 2, но в същото време значителна част от преоценката се съкращава в пресмятането на относителната вероятост на разпадане на сигнала.

За оцелелите след предварителната преселекция кандидат-събития е поискано отделно към

всеки пакет от записани данни да се отхвърли всяка ненадежна информация, която е налична под определен флаг свързана с DCHs, LKr, CHOD; тригера от второ ниво (MBX, PMB); времевата синхронизация и физичната интерпретация на записаните данни (PHYS, CLOCK).

В процеса на реконструкция на събитията или в процеса на анализ се прилагат корекции за всички установени експериментално ефекти: енергетична нелинейност на отклика на LKr, специфичната зигзагообразна структура на LKr, калибрирането на магнитното поле и софтуерна корекция на подравняването на камерите от магнитния спектрометър [59].

6.1: Общи критерии за селектиране на процесите $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^0 e^+ e^-$ и $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^0_D$

Селектирането на кандидат-събитията за двата канала на разпадане е направено едновременно при една и съща тригерна логика като са наложени доколкото е възможно повече общи условия на отбор. По този начин са елиминирани частично систематични ефекти породени както от несъвършеното описание на каонния сноп и локалните неефективности на детекторите, така и от тригерната неефективност.

6.1.1: Следи и върхове на разпадане

Всички върхове на разпадане записани в SC-формат са реконструирани чрез използване на три заредени следи. Поради това първото условие, което е наложено, е да се запазят само тези събития, в които има две следи с еднакъв електричен заряд и една следа с противоположен на тях електричен заряд като и трите заедно трябва да образуват един връх на разпадане. Направена е допълнителна проверка чрез налагането на условие електричният заряд на върха на разпадане на заредения каон да бъде или +1, или -1 ($q_{vtx} = \pm 1$). Следите трябва да бъдат във времеви интервал от 5ns спрямо тяхното средно време, което е изчислено от сигналите асоциирани със съответните следи в сцинтилационния ходоскоп (CHOD) за обезпечаване на техния едновременен произход. След това се проверява дали всички следи са преминали през обема на дрейфовите камери като се налагат критерии отнасящи се до геометрията на магнитния спектрометър, а именно разстоянието между следите и координатите на реалния каонен сноп да бъде по-голямо от 12см в DCH1. Изисква се импулсът на следите да бъде в интервала (2-60)GeV/с и разстоянието между всеки две следи в DCH1 да бъде по-голямо от 2cm в DCH1. Последното условие е по-строго в сравнение със същото изискване в предварителните критерии за отбор, за да се отхърлят всички електрони и позитрони произхождащи от взаимодействието на фотоните с прозореца от кевлар в самия край на разпадния обем ($\gamma \rightarrow e^- e^+$).

Наложено е условие всички върхове на разпадане на каоните да попадат в границите на разпадния обем, който е с дължина 98m и започва 2m след последния колиматор. Също така се изисква върховете на разпадане да бъдат в радиус не по-голям от 3cm в напречната равнина от центъра на заредените снопове.

Уникалната идентификация между e^{\pm} и π^{\pm} е постигната след реконструкцията на масите на π^0 и K^{\pm} мезоните, която е описана подробно в подглава 6.1.4.

6.1.2: Следи в сцинтилационния ходоскоп

Тригерът от първо ниво, който е важен в настоящия анализ и описан подробно в 8 глава от дисертацията, изисква съвпадение на сигналите в двете плоскости на CHOD в поне две от 16 обособени под-квадранти. За да се избегнат неефективности от чисто геометричен произход, описани в предишната подглава, е наложено изискване да се отхвърлят всички конфигурации, в които следите попадат в един и същи под-квадрант на ходоскопа. По този начин се удовлетворява условието на тригера от първо ниво. Последното е осъществено чрез екстраполация на следите от координатите и направленията им на изхода на магнитния спектрометър до първата плоскост на CHOD. Кинематиката на сигнала и нормировъчния канал е различна, поради което разглежданото изискване отхвърля 2.3% от $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ кандидатит-събитията и пренебрежимо малко на брой от $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi_D^0$ кандидат-събитията.

6.1.3: Фотонни-кандидати

Електромагните лавини в LKr, които са инициарани от фотонни кандидати не трябва да имат асоциирана следа. За да се подсигури, че фотонният кандидат има същия произход на раждане както останалите следи за конкретно разглеждания процес, се поисква съответните клъстери да бъдат във времеви интервал от 5ns от времето на върха на разпадане. Всички електромагнитни лавини, които са породени от потенциални фотонни-кандидати трябва да се съдържат напълно в геометричния обем на LKr и да бъдат на разстояние по-голямо от 2cm от неактивна клетка на калориметъра. Също така се изисква измерената енергия, която е депозирана в LKr от кандидатите за γ -кванти, да бъде в интервала (3-60)GeV. Импулсите на фотонните кандидати се реконструират чрез допускането, че те произлизат от възстановения връх на разпадане на каона от три следи. За да се избегнат взаимодействия с ръба на дрейфовите камери и впоследствие това да се отрази в понижено измерване на енергията им, се налага условие за траекториите на кандидат γ -квантите да пресичат DCH1 равнината в радиално положение по-голямо от 11cm.

6.1.4: Реконструиране на масите на K^{\pm} и π^0 мезоните

 $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-} \to \pi^{\pm}(\gamma\gamma)e^{+}e^{-}$ и $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}_{D} \to \pi^{\pm}e^{+}e^{-}\gamma$ се различават единствено с наличието на един фотон повече в полза на сигнала. И двата каонни процеса удовлетворяват близки кинематични ограничения при реконстриурането на масите на π^{0} и K^{\pm} мезоните. Поради различния брой частици участващи в двата разпада, експериментално определените разделителни способности за реконструираните маси на мезоните се отличават:

$$\sigma_m(\pi_D^0) \simeq 1.7 NeV/c^2, \quad \sigma_m(\pi\pi_D^0) \simeq 4.2 MeV/c^2$$
 и (27)

$$\sigma_m(\pi^0_{\gamma\gamma}) \simeq 2.7 MeV/c^2, \quad \sigma_m(\pi\pi^0 ee) \simeq 6.1 MeV/c^2, \tag{28}$$

където (27) се отнася за нормировъчния процес, а (28) се отнася за сигнала. Измерените стойности са съвместими с генерираните MK симулации на съответните процеси.

При селекцията на изследваните разпади се налага изискването реконструираните M_{π^0} и $M_{K^{\pm}}$ да не се отклоняват с повече от $15 MeV/c^2$ и $45 MeV/c^2$ от номиналните им стойности съответно [25] като е осигурена минимална зависимост на селекцията от разделителните способности или от ефекти дължащи се на калибровка. Едно общо ограничение, вземайки



Фигура 4: Корелация между реконструираните маси на π^0 и K^{\pm} мезоните в равнината $(M_{\pi^0}, M_{K^{\pm}})$ и разпределение на взетите граници от номиналните им стойносте [25] за селекцията на нормировъчния канал (МС: МК симулирани събития; Data: данни).

предвид корелацията между реконструираната маси на π^0 и K^{\pm} , е дефинирано по следния начин:

Constraint:
$$|m_{\pi^0} - 0.42 \cdot m_K + 72.3| < 6 \ MeV/c^2$$
. (29)

На Фиг. 4 е показана корелацията между реконструираните маси на π_D^0 и K^{\pm} в равнината $(M_{\pi^0}, M_{K^{\pm}})$, както и стойностите на наложените граници за тях след всички критерии, които са описани до тук за нормировъчния канал на разпадане. Ограничението (29) върху масите на π_D^0 и K^{\pm} съдържа 99% от кандидат-събитията за $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi_D^0$. Същите разпределения за $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ кандидат-събитията са представени на Фиг.5 след всички критерии, които са наложени до този етап. В съответните граници на $\pi_{\gamma\gamma}^0$ и K^{\pm} масите на (29) критерия оцеляват около 96.5% от кандидатите на сигнала.

В критериите за отбор и на двата канала на разпадане, следата с електрически заряд противоположен на електрическия заряд на върха на разпадане на K^{\pm} -мезона е считан за електрон (позитрон). За останалите две следи съществува електронна-пионна неопределеност, $e^+ - \pi^+$ ($e^- - \pi^-$), поради факта, че условията за отбор включват критерии за електрически заряд на върха на разпадане. Тази двусмисленост при идентифицирането на заредения пион и електрона (позитрона) е решена чрез проверката на две масови хипотези за цялата селекция.

Допълнителни две изисквания върху разстоянието между който и да е клъстер, иницииран от фотонен-кандидат, и координатите на попадане на всяка следа в напречната равнина на LKr се използват след допускането на определена номинална маса за конкретните заредени следи (e^{\pm}, π^{\pm}) . Първият критерий е разстоянията между фотонните-кандидати и



Фигура 5: Корелация между реконструираните маси на π^0 и K^{\pm} мезоните в равнината $(M_{\pi^0}, M_{K^{\pm}})$ и разпределение на взетите граници от номиналните им стойносте [25] за селекцията на сигнала (МС: МК симулирани събития; Data: данни). Фоновите събития в данните са включени в разпределенията на масите.

електрона/позитрона да са по-големи от 10см, а втория – разстоянието между фотоннияи заредения пионен-кандидати да са по-големи от 20см. С помощта на последните условия се гарантира изолирането на фотонния клъстер и съответно премахването на ефекта от припокриване между елетромагнитните лавини. Гореспоменатите критерии са в сила само за следите, които се съдържат напълно в геометричния обем на LKr.

Няма изискване за горно ограничение на броя на следите и броя на електромагнитните клъстери, за да може да се анализират всички реконструирани върхове, които са образувани от три заредени следи в комбиниция с всеки клъстер на фотонен кандидат при двете възможни хипотези за маса. Запазват се само кандидат събитията, при които има една комбинация от един връх на разпадане с един фотонен кандидат за селекцията на нормировъчния канал и една комбинация от един връх на разпадане и два фотонни-кандидати за селекцията на сигнала така, че да удовлетворят специфичните критерии за конкретния процес, които са представени в следващите два раздела. В противен случай кандидат събитието се отхвърля. Ако има две масови комбинации, то тази с по-строгото ограничение на условието (29) се запазва. В случай, че са селектирани няколко π^0 -кандидата, то този с най-близка маса до номиналната стойност на π^0 -масата от [25] се запазва. Когато са намерени няколко върха на разпадане с три следи, то тогава се запазва само този, който е реконструиран с най-малкото χ^2 .

6.2: Специфични критерии за процесите $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{-}e^{+}$

Всеки π^0 -мезон е реконструиран от два фотонни-кандидати произходащи от тези връхове на разпадане на каона от три следи, които са образувани от кандидатит-събитията издържали гореспоменатите критерии за отбор. Зареденият каонен кандидат е съответно реконструиран като се използват четири-импулса на ($\pi^{\pm}\pi^0 e^-e^+$)-системата.

С цел избягване на неправилно измерени енергии на двата разглеждани фотонни-клъстера, е наложено изискване те да бъдат на разстояние по-голямо от 10cm в предната равнина на LKr, за да се избегне припокриването от електромагнитни лавини. Съгласуваността на крайното състояние при разпадането на K^{\pm} -мезона по сноповата ос, се проверява допълнително с помощта на гравитационния център на събититието (CoG), който се изчислява чрез енергетично претеглени координати в предната равнина на LKr. CoG събитието се изчислява от координатите на фотонните кандидати и положението на следите при попадането им в електромагнитния калориметър, където обаче са използвани само тези параметри на следите, които са преди диполния магнит, т.е. неотклонените им траектории. Радиалното разстояние на гравитационния център на събитието до номиналното положение на заредените снопове се изисква да бъде по-малко от 2cm. Общият импулс на цялата ($\pi^{\pm}\pi^{0}e^{-}e^{+}$)система трябва да удовлетворява условието да е в диапазона (54 - 66)GeV/c. Критерият за инвариантната (e^+e^-) маса е да бъде по-голяма от $3MeV/c^2$, което е различно от аналогичното условие изполвано при $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi_D^0$.

За постигането на максимално чист сигнал са наложени специални условия за намаляване на фонови събития. На Фиг. 6 са показани двата основни източника на фон за $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{-}e^{+}$ разпаданията. $K_{3\pi_{D}}$ ($K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}_{\gamma\gamma}\pi^{0}_{D}$) процесите са фонови за сигнала, защото е възможно един от фотоните да се е изгубил или да е грешно реконструиран в друго събитие. $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}_{D}(\gamma)$ са също фонови източници за сигнала, когато наличието на допълнителен фотон се комбинира с γ -кванта на Далиц-разпадането на неутралния пион и имитира $\pi^{0} \rightarrow \gamma\gamma$ процеса. Налага се условие за квадрата на инвариантната маса на системата ($\pi^{\pm}\pi^{0}$) да бъде по-голяма от 0.12 (GeV/ c^{2})², за да се потиснат $K_{3\pi_{D}}$ фоновите събития. За изчистването на фона дължащ се на $K_{2\pi_{D}(\gamma)}$ събития се налага изискване за всяка от двете възможни инвариантни маси $m_{ee\gamma}$ да бъде по-голяма или по-малка с $7MeV/c^{2}$ от номиналната маса на неутралния пион.



Фигура 6: Показани са основните канали на разпадане, които са източници на фон за сигнала преди да бъдат наложени критериите за изчистване на фоновите събития и да бъдат наложени граници на реконструираните маси на π^0 и K^{\pm} -мезоните.

Общо 4 919
 $K^\pm \to \pi^\pm \pi^0 e^- e^+$ кандидат-събития са селектирани от всички набрани данни от 2003-2004
г.

6.3: Специфични критерии за процесите $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^{0}_{D}$

Електрически неутралният пионен кандидат се реконструира чрез идентифицираните вече електрон, позитрон и един фотонен кандидат, за който е проверено, че произлиза от същия връх на разпадане от три следи. След това K^{\pm} кандидатът е реконструиран чрез пресмятане на четири-импулса на $(\pi^{\pm}\pi_D^0)$ -системата. Съгласуваността на крайното състояние при разпадането на K^{\pm} -мезона по сноповата ос е проверена по аналогичен начин както и за сигнала чрез условието радиалното разстояние на гравитационния център на събитието до номиналното положение на заредените снопове да бъде по-малко от 2cm. Изисква се импулсът на π^{\pm} да бъде по-голям от 10 GeV/c, а общият импулс на $(\pi^{\pm}\pi_D^0)$ -системата да е в диапазона $\pm 6 \text{GeV/c}$ около номиналната стойност на импулса на заредения сноп, а именно (54 – 66) GeV/c. Наложен е критерии за инвариантната (e^-e^+) -маса да бъде по-голяма от $10 \text{MeV}/c^2$, за да се осигури добро съответствие между данните и МК симулацията на нормировъчния процес.

За нормировъчния канал на разпадане не са наложени никакви специални условия за изчистване на фона, защото след пълния набор от критерии той се оказва пренебрежимо малък в сравнение със селектираните $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi_D^0$ кандидат-събития от данните.

От всички записани данни през 2003-2004г. са селектирани общо 16 316 690 $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi_D^0$ кандидат събития.

Глава 7: Моделиране на процесите $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ и $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}_{D}$

Официалната Монте Карло (МК) симулация на експеримента NA48/2 [60], наречена СМС, е базирана на GEANT 3 [61]. Най-общо СМС моделирането включва симулирането на сноповете от заредени К-мезони [62], вида и теоретичното описание на конкретен каонен канал на разпадане и детекторния отклик според вида на частиците и законите за взаимодействието им с материята [63]. Резултатите от моделирането на даден физичен процес със СМС се записва в Сотраст или Super Compact формат. Така се използват същите програми за анализ като тези за реалните данни. Всяка симулация се генерира с общ брой събития пропорционален на каонния поток, който е измерен с $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{-}$ разпадания за всеки период от експериментални данни записани при стабилни условия. По този начин всички характеристики на данните са запазени: отношението (K^+/K^-) ~ 1.8 е валидно за всяка извадка от данни и отношението между самите извадки с данни е запазено както са записани с двата знака на магнитните полета на ахроматичната система и спектрометъра. Така се осигурява коректността на генерираната МК симулация с условията на реално набраните данни.

СМС дава възможост да се генерира един процес на разпадане за конкретен период от данни, които са били записани при стабилни условия. Всички известни и измерени процеси на разпадане на каоните са включени под формата на генератор за всеки канал отделно, който е базиран на вече известната теория за конкретния процес. Радиационните и Кулоновите корекции са също включени в самите генератори. Потребителят може да избере конкретен каонен процес на разпадане и интервалите от стойности за кинематичните величини, които са характерни за K^{\pm} -мезоните. В случаите, когато се изучава ненаблюдаван експериментално процес, какъвто е разглеждания анализ в настоящата работа, потребителят въвежда сам избрания теоретичен модел за канала на разпадане в генератора на събитията и нужните корекции.

7.1: Моделиране на процесите $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}$

IB, DE и Int приноси на процесите $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ са генерирани независимо чрез генератор на събития като са използвани изразите (4) от глава 2. Генераторът на събития използва стандартна CERNLIB програма, наречена GENBOD [26], която генерира импулсите и енергиите на продуктите на разпадане в система център на масите на каона в плоско 5-частично фазово пространство. Пълната енергия в система център на масите, броят и масите на частиците в крайно състояние се задават предварително. Генераторът изчислява тегло, което се приписва на всяко събитие и се прилага процедура за запазване или отхвърляне. Запазените генерирани събития се преобразуват чрез Лоренцови трансформации в лабораторната система на K^{\pm} , която представлява и самата експериментална установка на NA48/2. В приложението на дисертацията е представена програмата, която е използвана за MK симулациите на отделните приноси в амплитудата на разпадане на сигнала.

В нито една теоретична публикация за $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ няма пресметнати радиационни поправки. Затова в генератора на събития са въведени единствено изразите за матричните елементи на IB, DE и Int приносите от теоретичния модел. Общият брой на реконструираните $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ разпадания от всички симулации за всички периоди на набор на данни е около 64 пъти по-голям в сравнение с наблюдаваните експериментално реконструирани събития на сигнала. Друга важна подробност е, че за моделирането на IB, DE и Int приносите е използван програмния пакет Photos [64], който замества липсата на теоретично пресметнати радиационните поправки за $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ процеса. При моделирането на Int принос е установено, че се появяват отрицателни стойности в някои от областите на фазовото пространство. Това е причината Int принос да бъде генериран на две стъпки: веднъж, когато има положителни стойности (73.2% от генерираните събития) и втори път, когато има отрицателни стойности (26.8% от генерираните събития).

Геометричните ефективностите на регистрация получени от МК симулациите за всички приноси на сигнала и обхващащи всички извадки от данни за 2003-2004г. са представени в Таблица 1.

Крайният вид на геометричната ефективност на регистрация на сигнала (A_s) е получен като комбинация от сумата на геометричните ефективности на регистрация на трите приноса спрямо очакваните тегла от израза (21):

$$A_s = 0.9786A(IB) + 0.0138A(DE) + 0.0076A(Int),$$
(30)

където A(Int) = 0.732A(Int > 0) - 0.268A(Int < 0). На последният ред от Таблицата 1 е дадена изчислената геометрична ефективност на регистрация за всички приноси взети заедно с правилните тегла. Геометричните ефективности на регистрация за IB, DE и Int приноси са стабилни спрямо периодите на набраните данни както за K^+ , така и за K^- , което е илюстрирано на Фигура 7.1 в глава седем от дисертацията. Резултатите от изследването

$K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$	Брой генерирани събития	Геометрична ефективност
Приноси	в разпадния обем	на регистрация (A_s)
IB принос	48.9×10^{6}	$(0.645 \pm 0.001) \times 10^{-2}$
DE принос	4.9×10^{6}	$(1.721 \pm 0.006) \times 10^{-2}$
Int > 0 принос	$3.9 imes 10^6$	$(1.982 \pm 0.007) \times 10^{-2}$
Int < 0 принос	1.4×10^{6}	$(2.322 \pm 0.013) \times 10^{-2}$
(Int) пълен принос	$5.3 imes 10^6$	$(0.828 \pm 0.004) \times 10^{-2}$
всички приноси	64.4×10^{6}	$(0.662 \pm 0.001) \times 10^{-2}$

Таблица 1: Представени са геометричните ефективности на регистрация (A_s) за IB, DE и Int приноси на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$, които са получени от съответните МК симулации генерирани за всички периоди на данни от 2003-2004г. при стабилни условия.

на геометричните ефективности съответно за IB, DE и Int приносите на сигнала са показани на Фигурите 7.2 и 7.3 в дисертацията и потвърждават заключенията в [12], а именно, че те не са хомогенно разпределени в кинематичното пространство: инвариантната маса на (e^+e^-) -двойка ($m_{ee} = \sqrt{q^2}$), кинетичната енергия на заредения пион в системата на покой на К-мезона (T^{\star}_{π}) и енергията на виртуалния фотон в системата на покой на каона (E^{\star}_{γ}).

7.2: Моделиране на процесите $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi_D^0$

За $K_{\pi\pi_D^0}$ е използван генератора на $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^0$ събития [65], където са добавени найпоследните теоретични пресмятания на радиационни поправки на π_D^0 процеса (Prague) [66]. Генераторът на събития включва моделирането на един реален фотон, от където следва, че получената МК симулация (Prague) важи и за радиационния $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi_D^0(\gamma)$ процес. Генерирана е допълнителна МК симулация на нормировъчния канал, в която е използван пакета Photos, за да се сравни с МК симулацията (Prague) и да се оценят систематични ефекти при отчитане на радиационните поправки.

МК симулацията, която е генерирана с помощта на пакета Photos, може да генерира един или повече реални фотони даващи отклик в детекторите. Установено е, че в нея вторият фотон се моделира по-рядко и по-често с малки енергии, поради което МК (Prague) се използва при сравнението с данните и при крайното пресмятане на относителната вероятност на разпадане на сигнала. Пълният брой генерирани $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi_D^0$ разпадания са 91.5×10^6 с $A_n = 29.3 \times 10^6$ и 29.3×10^6 с $A_n = (4.002 \pm 0.004) \times 10^{-2}$ съответно за МК симулацията (Prague) и МК симулацията (Photos).

Глава 8: Източници на фон и тригерна ефективност

С помощта на МК симулации са идентифицирани източниците на фон за $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ и за $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi_D^0$ процесите.



Фигура 7: (а и б) Показани са съответно реконструираните инвариантни маси на π^0 и K^{\pm} -мезоните на сигнала заедно с фоновите събития от $K_{3\pi D}$, $K_{2\pi D}$ и K_{e3D} . (в) Разпределението на инвариантната маса на дилептонната двойка в логаритмичен мащаб.

8.1: Оценка на фона за процесите $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ и $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}_{D}$

Каналите на разпадане, които са с най-голяма вероятност за фон на сигнала са $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}\pi_{D}^{0}$ ($K_{3\pi D}$) и $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi_{D}^{0}$. За процеса $K_{3\pi D}$ съществува еднаква вероятност един от π^{0} -мезоните да се разпадне на Далиц канал ($e^{+}e^{-}\gamma$), а другия на два γ -кванта. В случаите, когато един от γ -квантите не е бил регистран в детекторите, то тогава ($K_{3\pi D}$) събития биха могли да бъдат неправилно реконструирани като $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$. Нормировъчният канал на разпадане също би могъл да бъде грешно реконструиран като събитие принадлежащо на сигнала, когато допълнителен фотон имитира $\pi^{0} \rightarrow \gamma\gamma$ процеса при комбинирането с γ -кванта от Далиц процеса. В Таблица 2 е представена пълната информация необходима за оценката на фона на сигнала, а на Фиг. 7 са показани реконструираните ефективни маси



Фигура 8: (а и б) Показани са съответно реконструираните инвариантни маси на π^0 и K^{\pm} -мезоните на нормировъчния канал на разпадане от данните сравнени с МК симулацията (Prague) и със симулираните фоновите събития от K_{l3D} и $K_{3\pi D}$ като последните са умножени с коефициент от 50, за да бъдат видими. (в) Разпределението на инвариатната маса на електрон-позитронната двойка на $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi_D^0$ процеса в логаритмичен мащаб заедно с фоновите събития.

на π^0 и K^{\pm} мезоните и m_{ee} разпределението на селектираните $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ събития сравнени с МК симулацията (IB) и получените фонови събития.

	Оценка на А		Брой събития оцелели
Процес	след селекцията на	BR [%]	след селекцията на
	$K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$		$K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$
$K_{3\pi D}$	$(1.92 \pm 0.10) \cdot 10^{-6}$	(1.760 ± 0.023)	132 ± 8
		$\times (0.98823 \pm 0.00034)$	
$K_{2\pi D}$	$(0.248 \pm 0.045) \cdot 10^{-6}$	съкратена	102 ± 19
K_{e3D}	$(6.56 \pm 2.68) \cdot 10^{-8}$	5.07 ± 0.04	6.6 ± 2.7
$K_{\mu 3D}$	$(1.09 \pm 0.55) \cdot 10^{-8}$	3.352 ± 0.033	0.7 ± 0.4

Таблица 2: Представени са изчислените геометрични ефективности на регистрация (A), относителните им вероятности на разпадане (BR) и броя на събития на симулираните фонови процеси на сигнала след всички критерии на отбор на $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$

Основни източници на фон за нормировъчния канал на разпадане са полулептонни каонни разпадания с последващо разпадане на $\pi_D^0 \to e^+e^-\gamma$. Те се означават най-общо като K_{l3D} и включват: $K^{\pm} \to \mu^{\pm}\nu\pi_D^0$ и $K^{\pm} \to e^{\pm}\nu\pi_D^0$. При всеки един вид от K_{l3D} процесите лептонът би могъл да бъде грешно идентифициран като зареден пион докато реконструкцията на π_D^0 процеса остава напълно коректна. Друг източник на фон е $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi_{\gamma\gamma}^0\pi_D^0$ ($K_{3\pi D}$), при който един или два от γ -квантите не е (са) реконструиран(и). $K_{3\pi D}$ събитията може да бъдат селектирани погрешно като $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi_D^0(\gamma)$, но вероятността за това е много малка. В Таблица 3 са представени както броят на фоновите събития за $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi_D^0$, така и изчислените геометрични ефективности на регистрация (A) и относителните вероятности на разпадане (BR) за K_{l3D} и $K_{3\pi D}$. За пълнота е проверен $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^0 e^+e^-$ процеса в

	Оценка на А		Брой събития
Процес	оцелели след селек-	BR [%]	след селекцията на
	цията на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi_D^0$		$K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi_D^0$
K_{e3D}	$(0.682 \pm 0.009) \cdot 10^{-4}$	5.07 ± 0.04	6851 ± 89
$K_{\mu 3D}$	$(1.570 \pm 0.007) \cdot 10^{-4}$	3.352 ± 0.033	10437 ± 102
$K_{3\pi D}$	$(3.83 \pm 1.45) \cdot 10^{-8}$	(1.760 ± 0.023)	2.7 ± 1.6
		$\times (0.98823 \pm 0.00034)$	

Таблица 3: Представени са изчислените геометрични ефективности на регистрация (A) и броя на оцелелите събития след критериите за селектиране на $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi_D^0$ кандидат-събитията получени от МК симулациите на фонови процеси. Относителните вероятности на разпадане (BR) са пресметнати от [25].

качеството си на фонов канал на разпадане за $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi_D^0$ като само едно събитие след селекцията на нормировъчния процес е оцеляло. На Фиг. 8 са показани реконструираните ефективни маси на π^0 и K^{\pm} мезоните на селектираните $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi_D^0$ събития сравнени с МК симулацията (Prague) и с приносите на фон. Разпределенията на инвариантните маси имат асиметрични опашки, поради радиационни ефекти, които са отлично възпроизведени от МК симулацията (Prague). Също така е показано сравнението на данни и МК симулацията (Prague) заедно с фоновите събития за разпределението на дилептонната двойка в логаритмичен мащаб.

8.2: Измерване на тригерната ефективност

Двата канала на разпадане $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ и $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi_{D}^{0}$ имат три заредени частици в крайно състояние, което означава, че са пропуснати и записани от една и съща тригерна логика. В анализа на настоящата работа е избран Q^{2} сигнала за L1, който изисква наличието на поне две съвпадения (пространствено и времево) на сигналите в двете равнини на СНОД в поне две от 16 възможни логически подквадранти, определени от повърхостта на сцинтилаторния ходоскоп. За селектирането на $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ и $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi_{D}^{0}$ кандидат-събития най-подходящите L2 алгоритми са 2VTX, 1VTX или 1TRK-Р описани в 4 глава на дисертацията. За измерването на L1 тригерната ефективност е избран за контролния тригер Q1 сигнала, който изисква поне едно съвпадение на сигналите в двете плоскости на сцинтилационния ходоскоп в един и същи квадрант, а за измерването на L2 тригерната ефективност е избран Q1/100 сигнала от първо ниво, при който данните се записват независимо от условието за взетото решение на второ ниво.

Тригерните условия са също включени в генерираните МК симулации за сравнение с експерименталните данни. Симулациите на филтриращите условия от L1 включват равномерна неефективност от 0.24% за цялата повърхност на СНОD. Също така е и добавена и 100% неефективност при 0.2mm пролуки по вертикалната и хоризонталната оси и временната локална неефективност на няколко известни сцинтилаторни ивици от половината хоризонтална плоскост в извадката от данни SS3 и от половината хоризонтална плоскост в извадката от данни SS3 и от половината хоризонтална плоскост в извадката от данни SS3 и от половината хоризонтална плоскост в извадката от данни SS3 и от половината хоризонтална плоскост в извадката от данни SS3 и от половината хоризонтална плоскост в извадката от данни SS3 и от половината хоризонтална плоскост в извадката от данни SS3 и от половината хоризонтална плоскост в извадката от данни SS3 и от половината хоризонтална плоскост в извадката от данни SS3 и от половината хоризонтална плоскост в извадката от данни SS3 и от половината хоризонтална плоскост в извадката от данни SS3 и от половината хоризонтална и води до измерването на тригерната ефективност с много големи статистически неопределености. Затова оценките за L1 и L2 тригерните ефективности на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ процесите са направени с помощта на MK симулациите, които са генерирани за IB и DE приносите за всяка извадка от данните. Получените тригерни ефективности са представени в Таблица 4.

	2003г.	2004г.	2003-2004г.
MK $\epsilon_s(L1)$	$(99.855 \pm 0.009)\%$	$(99.557 \pm 0.018)\%$	$(99.729 \pm 0.009)\%$
MK $\epsilon_s(L2)$	$(98.939 \pm 0.024)\%$	$(98.161 \pm 0.037)\%$	$(98.610 \pm 0.021)\%$

Таблица 4: L1 и L2 тригерни ефективности за $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ процесите, получени от МК симулациите за IB и DE приносите.

Наблюдава се значителна зависимост на тригерната ефективност от инвариантната маса на дилептонната двойка, $\sqrt{q^2} = m_{ee}$, като неефективността на регистрираните сигнали е по-голяма при малките стойности на (e^+e^-) - масата. Изчисляването на тригерната ефективност на сигнала е сума от тригерните ефективности пресметнати за всеки принос (IB, DE и Int) поотделно по аналогичен начин както се оценява и геометричната ефективност на регистрация (A_s) на сигнала. На Фиг. 9 са показани L1 и L2 тригерните ефективности за IB и DE приносите на сигнала като функция на m_{ee} от MK симулациите.

За нормировъчния канал на разпадане всички тригерни ефективности са измерени за всич-



Фигура 9: Тригерните ефективности за L1 и L2 на $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ като функция на $(e^+ e^-)$ инвариантната маса от МК симулациите на IB и DE приносите.

ки извадки с експериментални данни от 2003-2004г. като резултатите са представени в Таблица 5.

	2003г.	2004г.	2003-2004г.
данни $\epsilon_n(L1)$	$(99.868 \pm 0.002)\%$	$(99.628\pm0.005)\%$	$(99.767\pm 0.002)\%$
данни $\epsilon_n(L2)$	$(98.796 \pm 0.008)\%$	$(98.079\pm 0.011)\%$	$(98.495 \pm 0.006)\%$

Таблица 5: Тригерна ефективност за $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi_D^0$ за L1 и L2 за пълния набор от данни.

Направена е проверка на измерените L1 и L2 тригерни ефективности с аналогични изчисления с МК симулациите (Prague) за всички данни от 2003-2004г., която е използвана и за оценка на систематиката произхождаща от тригерната неефиктивност: $\epsilon_n(L1) = (99.75 \pm 0.01)\%$ и $\epsilon_n(L2) = (97.66 \pm 0.04)\%$.

На Фиг. 10 са показани изчислените тригерни ефективности на L1 и L2 като функция на инвариантната маса m_{ee} след прилагането на всички критерии на отбор на $K_{2\pi_D}$ процеса получени от данните и от МК симулациите (Prague). И тук се вижда ясно както при сигнала, че тригерната неефиктивност е най-голяма при малки стойности на инвариантната маса на дилептонната двойка.

Глава 9: Резултати

9.1: Изследване на систематични отклонения

Критериите на отбор за сигнала и за нормировъчния процес са отслабени до такава степен, че да се избегне некоректна промяна на измерените импулси и енергии. Изследвани са само тези източници на систематика, които биха допринесли за промяна на измерването на геометричната ефективност на регистрация на анализирания канал и измерването на $BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$:



Фигура 10: Измерените тригерни ефективности за L1 и L2 като функция на инвариантната маса дилептонната двойка от данните и МК симулациите (Prague) на селектираните $K_{2\pi\pi_D^0}$ кандидат-събтия.

- Радиационни корекции: В анализа на $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ процеса липсата на теоретично пресметнати радиационни поправки е преодоляна чрез симулиране на допълнителни фотони с помощта на пакета Photos. За оценка на систематиката от радиационни корекции са генерирани две МК симулации: една, която включва моделирането на условията на NA48/2 сноповете и детекторния отклик на събития на сигнала без да са използвани никакви радиационни корекции за 2003г.; и втора симулация, която е моделирана както първата, но с допълнително генериране на реални фотони, които дават отклик в експерименталната установка чрез използването на пакета Photos. От отношението на геометричните ефективности на регистрация (A_s) на двете МК симулации е намерен ефект от 10% при излъчвате на допълнителен γ -квант от сигнала. Относителната грешка на отношението е взета като систематична неопределеност за радиационни корекции при пресмятането на $BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}): \delta BR/BR = 0.49 \times 10^{-2}.$ Пълният израз за изчисляването на относителната вероятност на разпадане на сигнала включва и МК симулацията на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0_D$ (Prague), която описва много подобре радиационните корекции на процеса отколкото генерирането на събития с пакета Photos. Поради липса на каквито и да било неопределености от теоретично пресметнатите радиационни поправки на нормировъчния канал, статистическата грешка от отношението на геометричните ефективности на регистрация (A_n) между МК симулациите с Photos и с Prague корекциите е присвоена за систематичната грешка за радиационните корекции за $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi_D^0$, а именно $\delta BR/BR = 0.11\%$.
- Тригерна ефективност: Селектираните събития на нормировъчния процес представляват много голяма статистика, с чиято помощ е много точно измерена ефективността на избраните тригерни условия, с които са филтрирани и K[±] → π[±]π⁰e⁺e⁻ събитията. Затова като систематична грешка от тригерните критерии за относителната вероятност на сигнала е взета половината разлика между измерените тригерни ефективности на K[±] → π[±]π⁰_D от експерименталните данни и от MK симулацията (Prague). Тя е 0.4%

както се вижда от Таблица 5.

• Зависимост от теоретичния модел: DE и Int приноси зависят от стойностите на $N_E^{(0)}$, $N_E^{(1,2)}$ и $N_M^{(0)}$, които представляват нискоенергетични константи на взаимодействия в ChPT и участват в изразите на форм-факторите на съответните приноси. Те са измерени от други експериментални изследвания с конкретна неопределеност [12,13]. DE приносът е пропорционален на $(N_M^{(0)})^2$, чиято неопределеност е: $\delta DE = 2\delta N_M^{(0)} = 2\delta X_M$. От друга срана е известна стойността на $X_M = (254 \pm 6_{stat} \pm 6_{syst})GeV^{-4}$, която също е нискоенергетична константа на взаимодействие в ChPT получена от измерването на DE и Int приносите на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^0\gamma$ процеса [4]. Сумирайки линейно грешките на X_M се получава 5% неопределеност водеща до промяна от 10% на DE приноса. Промяната на DE с $\pm 10\%$ от своя страна означава промяна на отношението на приносите IB/DE = 1/71 до 1/64 и 1/78 съответно. Оттук следва, че пълния вид на A_s от израза (21) ще се промени на +0.24% и -0.24% съответно, като члена на Int се запазва непроменен.

По аналогичен се разглежда и Int принос, който зависи от параметри $N_E^{(0)}$ и $N_E^{(1,2)}$. Неопределеността на Int член зависи от неопределеностите на $N_E^{(1,2)}$, които са малки от порядъка на 1-2%, и от неопределеността на $N_E^{(0)}$, който е ±30%. Грешката на $N_E^{(0)}$ означава промяна с +48% и -24% на Int принос и следователно промяна на отношението IB/Int от 1/128 до 1/189 и 1/97 съответно. Стойността на X_E е: $X_E = (-24 \pm 4_{stat} \pm 4_{syst})GeV^{-4}$ [4]. Сумирайки линейно неопределеностите на X_E се получава относителна неопределеност от порядъка на 30%. Пълният вид на A_s се променя на +0.06% и -0.06% съответно като члена на DE се запазва непроменен.

Неопределеността, присвоена като систематична оценка на зависимостта от модела, е 0.25%и е получена от квадратичното сумиране само на най-големите промени на A_s от DE и Int приноси.

• Систематика от контролирането на фонови събития в сигнала: Избраните граници на условието (29), ограничаващо масите на реконструираните π^0 и K^{\pm} мезоните в критериите на отбор за сигнала и за нормировъчния процес, могат да бъдат променяни с по-малки стойности, което би довело до намаляване на броя на фоновите събития. Ако се намали (затегне) ограничаващото условие за масите на реконструираните π^0 и K^{\pm} мезоните от $6MeV/c^2$ на по-малка стойност, то тогава броят на кандидат-събитията за сигнала и фоновите приноси ще намалеят в различни пропорции (на първия ред на Фиг. 11: а) и следователно до по-малка стойност на отношението фон към фон и сигнал (B/(S+B)). На втория ред на Фиг. 11: а е показано отношението B/(S+B)за използваната в селекцията стойност на критерия (29), $6MeV/c^2$ (разрез 0) намаляващ съответно до 5, 4 и 3 MeV/c^2 съотвестващи на разрезите 1, 2 и 3. По аналогичен начин на първия ред на Фиг. 11: б е представена зависимостта на симулациите на различните приноси към $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ с намаляване на стойността на критерия (29) от $6MeV/c^2$ (разрез 0) до 5, 4 и 3 MeV/c^2 (разрези 1, 2 и 3). Зависимостите на Фиг. 11: а и б имат едно и също поведение при затягане на ограничаващото условие на реконструираните маси на π^0 и K^{\pm} мезоните, т.е. A_s ще намалее по същия начин както намаляват отделните приноси на сигнала. Запазвайки критериите на отбор на селекцията за $K^\pm \to \pi^\pm \pi^0_D$ непроменени отношението $(N_s-N_{bs})/A_s$ ще отразява вариацията на $BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$ като функция на условието (29) (на втория ред на Фиг. 11: б). Половината от максималната разлика (0.0025) до средната стойност е използвана като систематична неопределеност за оценката за контролиране на фоновите събития в сигнала.

• Зависимостта на геометричната ефективност на регистрация от времето: Определянето на количествената зависимост на симулираните събития на сигнала и нормировъчния процес от времето е направено чрез пресмятане на разликата между измерените четири независими относителни вероятости на разпадане(2003 и 2004, K^+ и K^-) и получената обща относителна вероятност на разпадане на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ от една извадка от данните за положителните и отрицателните каони ($BR_{comb} = (4.235 \pm 0.063) \times 10^{-6}$). Сравнявайки крайният общ резултат $BR = (4.238 \pm 0.063) \times 10^{-6}$ за K^{\pm} и за пълния набор от данни през 2003-2004г. с BR_{comb} , се получава относителна разлика от 0.071 $\times 10^{-2}$, която е присвоена като систематична неопределеност на разглежданата зависимост.



Фигура 11: (а) Вариацията на кандидат-събитията за отношението между данни и данни и фон като функция от вариацията на критерия ограничаващ реконструираните маси на π^0 и K^{\pm} мезоните за сигнала. (б) Вариацията на геометричната ефективност на регистрация на всеки принос към сигнала и вариацията на $BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^0 e^+ e^-)$ като функция на вариацията на условието (29).

9.2: Измерване на $BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$

В Таблица 7 са събрани стойностите на всички параметри от израза (20), чието получаване е подробно описано в предишните три глави.

Като се вземе предвид и стойността на $BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}) \times BR(\pi^{0} \to e^{+}e^{-}\gamma)$ от [25], то се получава следния резултат за относителната вероятност на разпадане на сигнала:

$$BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}) = (4.238 \pm 0.063_{stat} \pm 0.032_{syst} \pm 0.126_{ext}) \times 10^{-6},$$
(31)

където всички неопределености са представени в Таблица 6. Статистическата грешка е доминирана от статистиката на сигнала, а най-голям принос към систематичната грешка се

Източник на неопределеността	$\delta BR/BR \times 10^{-2}$
N _s	1.426
N_{bs}	0.416
N_n	0.025
N_{bn}	пренебрежимо малко
Цялата статистика	1.486
A_s (МК статистика)	0.170
A_n (МК статистика)	0.051
$\epsilon_s(L1 \times L2)$ (МК статистика)	0.023
$\epsilon_n(L1 \times L2)$ (МК статистика)	0.007
Радиационни корекции	0.502
Тригерна ефективност	0.400
Зависимост от теоретичния модел	0.247
Зависимост от контрол на фона	0.250
Зависимост на МК от времето	0.071
Цялата систематика	0.757
$BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0})$	0.387
$BR(\pi_D^0)/BR(\pi_{\gamma\gamma}^0)$	2.946
Външни неопределености	2.971

Таблица 6: Представени са всички приноси към различните видове неопределености: статистическа, систематична и външна.

	2003г.	2004г.	2003-2004г.	
N _s	2839 ± 53	2080 ± 46	4919 ± 70	
N_n	9442232 ± 3073	6874458 ± 2622	16316690 ± 4039	
N_{bs}	152 ± 12	89 ± 9	241 ± 16	
N_{bn}	9964 ± 100	7328 ± 86	17292 ± 132	
A_s [%]	0.6628 ± 0.0015	0.6598 ± 0.0017	0.6615 ± 0.0011	
A_n [%]	3.999 ± 0.003	3.958 ± 0.003	3.981 ± 0.002	
$\epsilon L1_s[\%]$	99.855 ± 0.009	99.557 ± 0.018	99.729 ± 0.009	
$\epsilon L 1_n [\%]$	99.868 ± 0.002	99.628 ± 0.005	99.767 ± 0.002	
$\epsilon L2_s[\%]$	98.939 ± 0.024	98.161 ± 0.037	98.610 ± 0.021	
$\epsilon L2_n[\%]$	98.796 ± 0.008	98.079 ± 0.011	98.495 ± 0.006	
$BR(K^{\pm}_{\pi^{\pm}\pi^{0}})$	$(20.67 \pm 0.08)\%$			
$BR(\pi^0_{e^+e^-\gamma})/BR(\pi^0_{\gamma\gamma})$	$(1.188 \pm 0.035)\%$			
$BR(K_{\pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}}^{\pm}) \times 10^{-6}$	$4.215 \pm 0.083_{stat}$	$4.269 \pm 0.098_{stat}$	$4.238 \pm 0.063_{stat}$	
	$\pm 0.128_{ext}$	$\pm 0.0130_{ext}$	$\pm 0.129_{ext}$	

Таблица 7: Представени са стойностите на всички параметри необходими за измерването на $BR(K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$ за набора на данни както за всяка година поотделно, така и за пълния набор на данни и от двете години.

дължи на неопределеността на радиационните корекции. Най-голям принос към стойността на външната неопределеност идва от неопределеността на $BR(\pi^0 \to e^+e^-\gamma)$. Теоретичните пресмятания на авторите от [12] за $BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^0e^+e^-)$ са следните:

$$BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}) = 4.183 \times 10^{-6}$$
 отчитайки само IB приноса, (32)

$$BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}) = 4.295 \times 10^{-6}$$
 отчитайки IB, DE и Int приноси, (33)

$$BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}) = 4.210 \times 10^{-6}$$
 отчитайки IB и $m_{\pm} \neq m_{0}$. (34)

Получената експериментална стойност за $BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$ е в съгласие с всички теоретични пресмятания на авторите от статията [12] в рамките на експерименталните неопределености.

Теоретичното предсказание на Pichl от [11] включващо всички приноси към изследвания сигнал без отчитане на нарушаването на изоспина е:

$$BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}) = 3.84 \times 10^{-6}.$$
(35)

Нито едно теоретично предсказание за относителната вероятност на разпадане на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ процеса не включва радиационни корекции в пресмятанията си.

9.3: Анализ на кинематичното пространство на процесите $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$. Определяне на теглата на относителните приноси DE/IB и Int/IB.

Различните приноси IB, DE и Int населяват 3D кинематичното пространство или Далиц плота $(E_{\gamma}^*, T_{\pi}^*)$ в различни области по отношение на нарастване на стойностите на q^2 [12]. На Фигурите 12 и 13 са показани еволюцията на Далиц плота $(E_{\gamma}^*, T_{\pi}^*)$ за всеки принос поотделно на ниво генератор и след селекцията на $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ разпаданията за три последователни интервала на q^2 : $\sqrt{q^2} < 0.010 GeV/c^2$, $0.010 GeV/c^2 < \sqrt{q^2} < 0.038 GeV/c^2$ и $\sqrt{q^2} > 0.038 GeV/c^2$. От Фигурите се вижда ясно, че свойството за населяване на различни райони е специфично за всеки един от приносите и се запазва за IB, DE, Int > 0 при нарастването на q^2 :

- IB приносът населява предимно една и съща област в 2D-равнината и се движи към по-малки T^*_{π} и по-голями стойности на E^*_{γ} с увеличаване на q^2 стойностите;
- DE приносът поддържа населяването на събития в централния район на (E^{*}_γ, T^{*}_π)равнината;
- Іпт принос е подобен на IB за неговата положителна компонента (Int > 0), а за отрицателната компонента (Int < 0) се появява само с увеличаване на стойностите q^2 и в различни области според съответния q^2 -интервал.

За изследването и анализирането на кинематичното 3D-пространство е използван метод базиран на еднакво населени 3D-кутии. Данните от 3D-пространство $(q^2, E_{\gamma}^*, T_{\pi}^*)$ първо се разделят на N1 части по q^2 така, че да са с почти еднаква населеност и след това всяка част се разделя на N2 части по T_{π}^* и после се разделя на N3 части по E_{γ}^* . Резултатът е набор от



Фигура 12: Показани са генерираните разпределения за IB (лява колона), DE (средна колона) и Int (дясна колона) в $(E_{\gamma}^*, T_{\pi}^*)$ -равнината за три последователни интервала на $\sqrt{q^2} = m_{ee}$. За IB и DE приносите цветната скала е в логаритмичен мащаб, а за Int принос цветната скала е в линеен мащаб за по-добро визуализиране на отрицателната му компонента.

 $(N1 \times N2 \times N3)$ 3D-кутии с променлив размер, но с почти еднаква населеност. Приносите от фоновите събития и различните приноси на сигнала се разпределят според дефиницията на гореописаните $(N1 \times N2 \times N3)$ 3D-кутии за данните. Размерът на симулираните събития (Таблица 1) за различните приноси не е еднакъв: за IB са 48.866×10^6 , за DE са 4.888×10^6 и за Int са 5.287×10^6 . Определени са следните фактори $\rho_{DE} = 9.9970$ и $\rho_{Int} = 9.2426$ за оеднаквяването на мащабите като са използвани отношенията на симулирани събития между IB и DE, и IB и Int. За определянето на теглата DE/IB и Int/IB възпроизвеждайки данните е използван метод за минимизиране по χ^2 , който е подробно изложен в дисертацията. Разгледани са различи 3D-кутии, за да се провери стабилността на резултата от прилагането на фитирането и да се избере тази конфигурация, която води до оптимално възпроизвеждане на данните, т.е. намирането на голяма вероятност с добра стойност на χ^2 и малка корелация между а и b параметрите. В Таблица 9.4 от дисертацията е представено обобщение на всички изпробвани конфигурации съотвестващи на 3D-кутиите. Конфигурацията на 3D-кутията съотвестваща на 355 е оптималният избор – с голяма вероятност, добър χ^2 и неголяма корелация, т.е. еднакво разделяне за N2 и N3 и най-голям брой данни в кутията. Обръщането на DE/IB за оптималната конфигурация дава IB/DE = $1/(73^{+37}_{-18})$, което е в съгласие с теоретичната предсказана стойност 1/71 от [12], получена с помощта на $N_M^{(0)} = 2.85 \times 10^{-2}$. По аналогичен начин обръщането на Int/IB дава IB/Int = $-1./(101^{+75}_{-30})$,



Фигура 13: Представени са разпределения на IB (лява колона), DE (средна колона) и Int (дясна колона) в $(E_{\gamma}^*, T_{\pi}^*)$ -равнината за три последователни интервала на $\sqrt{q^2} = m_{ee}$ след всички критерии на отбор за сигнала от MK симулациите. За IB и DE приносите цветната скала е в логаритмичен мащаб, а за Int принос цветната скала е в линеен мащаб за по-добро визуализиране на отрицателната му компонента.

което е различно от теорететично предсказаната стойност +1/128 получена чрез използване на $N_E^{(0)} = -2.22 \times 10^{-3}$. Същественото в случая е, че се получава отрицателна стойност за IB/Int приноса, което противоречи на стойността извлечена от аналогично измерване с анализа на $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}\gamma$ [4]. За изясняване на Int/IB е необходима по-голяма статистика отколкото са селектираните $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ събития от NA48/2 експеримента.

9.4: Определяне на СР и Р асиметрии

За определянето на зарядовата асиметрия, определена с израза (22), са използвани независими измервания за относителната вероятност на разпадане за K^+ и K^- на изследвания сигнал (Таблица ??):

$$BR(K^+ \to \pi^+ \pi^0 e^+ e^-) = (4.153 \pm 0.078_{stat} \pm 0.126_{ext}) \times 10^{-6} \text{ m}$$
(36)

$$BR(K^- \to \pi^- \pi^0 e^+ e^-) = (4.395 \pm 0.108_{stat} \pm 0.134_{ext}) \times 10^{-6}.$$
 (37)

Измерената стойност на A_{CP} е съвместима с нулата: $A_{CP} = -0.0284 \pm 0.0154$, където грешката е само статистическа, защото систематичната и външната са съкращават при заместването в отношението (22). Полученият резултат за A_{CP} е 1.8 σ отдалечен от нулевата стойност, поради което може да се представи в граници, при които е отчетена само

	$K \rightarrow$	$K \rightarrow$	$\pi\pi^0 ee$	
	K^+	K^{-}	K^+	K^{-}
кандидат-събития	10479694 ± 3237	5836996 ± 2416	3117 ± 56	1802 ± 42
фонови събития	11108 ± 105	6187 ± 79	163 ± 13	77 ± 9
A [%]	3.9851(26)	3.9750(31)	0.6643(14)	0.6566(19)
$\epsilon L1 ~[\%]$	99.763(3)	99.775(4)	99.731(11)	99.726(15)
$\epsilon L2 ~[\%]$	98.491(8)	98.501(11)	98.604(26)	98.621(35)

Таблица 8: Всички стойности на параметрите за получаване на A_{CP} за сигнала. Отношението фон към сигнал е изчислено за всеки знак на заряда поотделно.

неопределеността:

4

$$|A_{CP}| < 1.97 \times 10^{-2}$$
 при 90%*CL*. (38)

 $A_{CP}^{\phi^*}$ и $A_{CP}^{\bar{\phi}}$, изразени съответно с (23) и (24), са получени чрез комбиниране на относителните вероятности на разпадане на $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$, които са получени в различни половини на ϕ -пространството между 0 и 2π . Дефинирайки $\Phi 1(0, \pi/2), \Phi 2(\pi/2, \pi), \Phi 3(\pi, 3\pi/2)$ и $\Phi 4$ като $(3\pi/2, 2\pi)$, то CP-нарушаващите наблюдаеми могат да се изразят чрез съответните комбинации на следните статистически независими суми ($\Phi 13, \Phi 24$) и ($\Phi 12, \Phi 34$):

$$A_{CP}^{\phi^*} = \frac{(\Gamma_+(\Phi 13) + \Gamma_-(\Phi 24)) - (\Gamma_+(\Phi 24) + \Gamma_-(\Phi 13))}{(\Gamma_+(\Phi 13) + \Gamma_-(\Phi 24)) + (\Gamma_+(\Phi 24) + \Gamma_-(\Phi 13))}$$
(39)

И

$$A_{CP}^{\tilde{\phi}} = \frac{(\Gamma_{+}(\Phi_{12}) + \Gamma_{-}(\Phi_{34})) - (\Gamma_{+}(\Phi_{34}) + \Gamma_{-}(\Phi_{12}))}{(\Gamma_{+}(\Phi_{12}) + \Gamma_{-}(\Phi_{34})) + (\Gamma_{+}(\Phi_{34}) + \Gamma_{-}(\Phi_{12}))}.$$
(40)

В (39) и (40) индексът "+" или "-" се отнася до знака на заряда на К-мезона. За всяка ϕ половинка е изчислена A_s използвайки уравнението (21). Броят на селектираните кандидатсъбитията на сигнала и пресметната A_s за Ф13, Ф24, Ф12 и Ф34 са представени в Таблица 9.6 от дисертацията. След пресмятането на изразите (39) и (40) се получават резултати съвместими с нулата: $A_{CP}^{\phi^*} = 0.0118 \pm 0.0150$ и $A_{CP}^{\tilde{\phi}} = 0.0058 \pm 0.0150$. Прецизността е ограничена, поради неголемият брой сигнални събития. Комбинираната СР-нарушаваща асиметрия сведена до вид на горна граница е:

$$|A_{CP}| < 1.9 \times 10^{-2} \text{ при } 90\% CL.$$
(41)

Използвайки израза (26) за асиметрията нарушаваща четността и експерименталните резултати от Таблица 9.6 от дисертацията за Ф13 и Ф24 се получава:

$$A_P^{(L)}(K^+) = 0.0056 \pm 0,0180$$
и (42)

$$A_P^{(L)}(K^-) = -0.0168 \pm 0.0237, \tag{43}$$

където и двете стойности са съвместими с нула. Комбинираната стойност за K^{\pm} дава $A_P^{(L)} = -0.0025 \pm 0.0144$ като грешките са само статистически, защото систематичните и външните неопределености се съкращават в отношението. Резултатът от комбинираната стойност сведен до вид на горна граница е: $|A_P^{(L)}| < 1.8 \times 10^{-2}$ при 90%*CL*.

Научни приноси

Научните приноси на автора, представени в настоящата дисертация, включват:

- 1. Теоретично е изчислена амплитудата на разпадане за процесите $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}$ като е отчетено нарушението на изоспиновата симетрия за всеки от приносите: спирачно излъчване (IB), директно излъчване (DE) и интерференчен член (Int).
- 2. Изведена е диференциалната вероятност за разпад $d\Gamma(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-})$ както в системата на покой на каона, така и в системата на покой на дилептонната двойка. Използвани са променливите на Кабибо-Максимович $(s_{\pi}, q^2, \theta_{\pi}, \theta_e \ \mu \ \phi)$ за описание на кинематиката.
- Разработени са съответни генератори за Монте Карло симулации на приносите IB, DE и Int в амплитудата на разпадане K[±] → π[±]π⁰e⁻e⁻. Проведени са симулации, съобразени с характеристиките на експеримента NA48/2, за описание на експерименталните данни.
- Извършен е анализ на данни, събрани от експеримента NA48/2 на ускорителя SPS.
 За първи път са наблюдавани разпаданията K[±] → π[±]π⁰e⁻e⁻ (4919 събития), като е измерена тяхната относителна вероятност:

$$BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}) = (4.238 \pm 0.063_{stat} \pm 0.032_{syst} \pm 0.126_{ext}) \times 10^{-6},$$

използвайки като нормировъчен канал разпадането $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}$, последван от Далицразпадане $\pi^{0} \to e^{+}e^{-}\gamma$.

- 5. Изследвано е кинематичното пространство на разпада $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}$ и са определени относителните приноси на DE и Int компонентите спрямо IB. Определените стойности са:
 - $DE/IB = 0.014 \pm 0.005_{stat}$, в добро съгласие с теоретичните предсказания;
 - $Int/IB = -0.010 \pm 0.004_{stat}$, с противоположен знак спрямо очакванията.
- 6. Изследвани са СР и Р асиметриите в разпада $K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}$. Поставени са горни граници за техните стойности при 90% доверителен интервал:

$$|A_{CP}| < 1.97 \times 10^{-2}$$
 при 90%CL
 $|A_{CP}^{\phi^*, \tilde{\phi}}| < 1.9 \times 10^{-2}$ при 90%CL
 $|A_{P}^{(L)}| < 1.8 \times 10^{-2}$ при 90%CL

Статии и доклади свързани с дисертацията

Статии свързани с дисертацията

- 1. S. R. Gevorkyan and M. H. Misheva, Different approaches to calculate the $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ decay width, Eur.Phys. J. C 74, 2860 (2014)
- 2. S. R. Gevorkyan and M. H. Misheva, $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ decay width calculation in the lepton center-of-mass system, EPJ Web of Conferences 81, 05014 (2014)
- NA48/2 Collaboration: J.R. Batley,..., M. Misheva* et al., First observation and study of the K[±] → π[±]π⁰e⁺e⁻ decay, Phys. Lett. B 788, 552pp (2019)

Доклади свързани с дисертацията

- 1. M. Misheva on behalf of NA48/2 Collaboration, First observation of the very rare decay $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ by the NA48/2 experiment, Proceedings of the 50th RENCONTRES DE MORIOND QCD and High Energy Interactions, La Thuile, Aosta Valley Italy March 21-28 (2015)
- 2. M. Misheva on behalf of NA48/2 Collaboration, First Observation and Study of $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ Decay at the NA48/2 Experiment, XIX Inernational Conference of Young Scientists and Specialists (Dedicated to the 100th Anniversary of F. L. Shapiro), Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia (crp. 246) (2015)
- Milena Misheva on behalf of the NA48/2 Collaboration, Recent Results from the NA48/2 Eperiment, Lomonosov 2017: International Conference for Students and Young Scientists "Lomonosov", Particle Physics at the Year of Light, pp. 393-396 (2017)
- M. Misheva on behalf of NA62 Collaboration, The NA62 experiment Results from 2014 Pilot Run, The XXII International Workshop High Energy Physics and Quantum Field Theory (QFTHEP), Samara, Russia [https://qfthep.sinp.msu.ru/qfthep2015/proceedings]

Благодарности

Бих искала да изразя своята благодарност и признателност към научния си ръководителл, проф.дфн Леандър Литов, който ме въведе във физиката на елементарните частици. Без неговите напътствия и възможности, които ми даде през годините нямаше да успея да се справя с предизивикателствата, за да осъществя работата описана в настоящата дисертация. Проф. Литов ме прие в групата си по високи енергии, където се запознах с прекрасни колеги и приятели и ме въведе в един от най-големите научни центрове в света, ЦЕРН. Благодарение на разностранните му контакти в ЦЕРН участвах на експеримента NA48/2, запознах се с много чуждестранни физици и инженери, с които имах радостта да работя много години.

Голяма благодарност към научните ми консултанти от ОИЯИ-Дубна, проф. дфн В. Кекелидзе и проф. дфн Д. Мадигожин. Те ми дадоха шанс да работя в тяхния международен колектив в ЛФЧ, където ми предложиха да се включа като втори анализ в търсене на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}$ процесите за независимо обезпечаване на коректността на измерването на $BR(K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-})$. Бих искала да изразя и голяма благодарност към д-р Ю. К. Потребеников, който се грижеше за всички административни аспекти.

Специални благодарности на колегата ми Mauro Raggie от NA48/2 Колаборацията, който пръв беше започнал анализа за търсенето на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$ разпаданията. Без любопитството, усърдна работа и професионален му опит селектирането на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^{0} e^{+} e^{-}$ събитията и измерването на относителната вероятност на разпадане не би се реализирал през 2014г. Тук бих искала да изразя и специалните си благодарности на моя колега от ОИЯИ-Дубна, Сергей Геворкян, с когото заедно работехме по моделирането на всички процеси-приноси необходими за пълното описание на $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-$, залегнало в МК симулациите служещи като основна база за селектирането на сигнала. Голяма признателност на G. D. Ambrosio и Oscar Cata, които винаги бяха отзичиви на всичките емейли с въпроси! Специални благодарности на Brigitte Bloch-Devaux за това, че се реши да оптимизира селекцията като по този начин увеличи статистиката на наблюдаваните $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^$ събития запазвайки малък фоновия принос и отчете получените отрицателни стойности от МК генератора на Int принос. Без помощта на Brigitte резултатите от измерването на $BR(K^{\pm} \to \pi^{\pm} \pi^0 e^+ e^-)$ с експерименталните данни на NA48/2 нямаше да са публикувани. Бих искала да благодаря най-искрено на колегите, които срещнах в NA48/2 Колаборацията за изключително заразителния ентусиазъм, с който работите винаги; за съветите и предложенията, които ми давахте при съвместната ни работа, а също така и за доверието към

мен.

Бих искала да изразя признателност на моите родители и семейство, които винаги са ме подкрепяли. На вас дължа голяма, голяма благодарност!

Библиография

- [1] E949 Collaboration: A.V. Artamonov et al., New measurement of the $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ branching ratio, Phys. Rev. Lett. 101 191802 (2008); arXiv:0808.2459 [hep-ex]
- [2] NA62 Collaboration: G. E. Cortina et al., Measurement of the very rare $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \nu \bar{\nu} \ decay$ Journal of High Energy Physics 6 093 (2021)
- [3] G. Buchalla, G. D'Ambrosio, G. Isidori, Extracting short-distance physics from $K_{L,S} \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ decays. Nucl. Phys. B 672 387 (2003); arXiv:hep-ph/0308008
- [4] NA48/2 Collaboration: J. R. Batley et al., Measurement of the direct emission and interference terms and search for CP violation in the decay K[±] → π[±]π⁰γ, Eur. Phys. J C68 75 (2010)
- [5] F. E. Low, Bremsstrahlung of Very Low-Energy Quanta in Eelementary Particle Collisions, Phys. Rev. 110, 974 (1958);
- [6] G. Ecker, A. Pich, E. De Rafael, Radiative Kaon decays and CP violation in chiral perturbation theory, Nucl. Phys. B 303, 665 (1988);
- [7] G. Ecker, H. Neufeld, A. Pich, Non-leptonic kaon decays and the chiral anomaly, Nucl. Phys. B 413, 321 (1994);
- [8] N. Christ, Possible CP Violation in $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}\gamma$, Phys. Rev. 159 1292 (1967)
- [9] G. D'Ambrosio, D.N. Gao, A phenomenological description of $K \to \pi \pi \gamma$ magnetic transitions, J. High Energy Phys. 043 0010, (2000); arXiv:hep-ph/0010122
- [10] L. Cappiello, G. D'Ambrosio, Form factor in $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}\gamma$: interference versus direct emission, Phys. Rev. D 75 094014 (2007); arXiv:hep-ph/0702292
- [11] H. Pichl, $K \to \pi \pi e^+ e^-$ decays and chiral low energy constants, Eur. Phys. J. C20, 371-388 (2001)
- [12] L. Cappiello, O. Cata, G. D. Ambrosio and Dao-Neng Gao, $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$: a novel short-distance probe, Eur. Phys. J. C72, 1872 (2012); Erratum Eur. Phys. J. C72, 2208 (2012)
- [13] L. Cappiello, O. Cata and G. D. Ambrosio, Closing in on the radiative weak chiral couplings , Eur. Phys. J. C78, 265 (2018)

- [14] S. R. Gevorkyan, M. H. Misheva, Different approaches to calculate the $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ decay width, EPJ Web Conferences Conf. 81, 05014 (2014)
- [15] M. Misheva on behalf of NA48/2 Collaboration, First observation of the very rare decay K[±] → π[±]π⁰e⁺e⁻ by the NA48/2 experiment, Proceedings of the 50th RENCONTRES DE MORIOND QCD and High Energy Interactions, La Thuile, Aosta Valley Italy March 21-28 (2015) [https://moriond.in2p3.fr/QCD/2015/MorQCD15Prog.html]; [https://moriond.in2p3.fr/Proceedings/2015/Moriond QCD 2015.pdf]
- [16] M. Misheva on behalf of NA48/2 Collaboration, First Observation and Study of $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ Decay at the NA48/2 Experiment, XIX Inernational Conference of Young Scientists and Specialists (Dedicated to the 100th Anniversary of F. L. Shapiro), Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia 246 (2015) [booklet]
- [17] Milena Misheva on behalf of the NA48/2 Collaboration Recent Results from the NA48/2 Eperiment International Conference for Students and Young Scientists "Lomonosov Particle Physics at the Year of Light 393-396 (2017) [https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9789813224568 0065; DOI:10.1142/9789813224568 0065]
- [18] M. Misheva on behalf of NA62 Collaboration, The NA62 experiment Results from 2014 Pilot Run, The XXII International Workshop High Energy Physics and Quantum Field Theory (QFTHEP), Samara, Russia [https://qfthep.sinp.msu.ru/qfthep2015/proceedings]
- [19] S. R. Gevorkyan, M. H. Misheva, Different approaches to calculate the $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ decay width, Eur. Phys. J. C74, 2860 (2014)
- [20] NA48/2 Collaboration: J.R. Batley,..., M. Misheva^{*} et al., First observation and study of the $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{0}e^{+}e^{-}$ decay, Phys. Lett. B 788, 552 (2019)
- [21] M. MacGuigan and A. I. Sanda, $K \to \pi \pi \gamma$ in the six-quark model, Phys. Rev. D36, 1413 (1987);
- [22] N. Cabibbo and A. Maksymowicz, Angular Correlations in K_{e4} Decays and Determination of Low-Energy $\pi - \pi$ Phase Shifts. Phys. Rev. 137 438 (1965)
- [23] A. Pais and S. B. Treiman, Pion Phase-Shift Information from K_{l4} Decays. Phys. Rev. 168 1858 (1968)
- [24] J. Bijnens, G. Colangelo, G. Ecker and J. Gasser, Semileptonic Kaon Decays. arXive:hepph/9411311 and references there (1994)
- [25] C. Patrignani et al., Particle Data Group. Chin. Phys. C 40 10001 (2016)
- [26] F. James, Routine GENBOD: N-BODY Monte Carlo Event Generator, CERN Program Library Short Writeup W515 (1975)
- [27] NA48 Collaboration: A. Lai et al., A precise measurement of the direct CP violation parameter $Re(\epsilon'/\epsilon)$. Eur. Phys. J. C 22 231 (2001)

- [28] NA48 Collaboration: J. R. Batley et al., Observation of the rare decay $K_S \to \pi^0 e^{\pm} e^{\mp}$. Phys. Lett. B 576 43 (2003)
- [29] NA48/2 Collaboration: J. R. Batley et al., Search for direct CP ciolation in $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{+}\pi^{-}$ Decays. Phys. Lett. B 634 474 (2006)
- [30] NA48/2 Collaboration: J. R. Batley et al., Search for CP ciolation in $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^{0}\pi^{0}$ Decays. Phys. Lett. B 638 22 (2003)
- [31] NA48/2 Collaboration: J. R. Batley et al., Measurements of charged kaon semileptonic decay branching fractions K[±] → π⁰μ[±]ν and K[±] → π⁰e[±]ν and their ratio. Eur.Phys. J C50 329 (2007); Erratum-ibid.C52 (2007) 1021-1023; [arxiv:hep-ex/0702015]
- [32] NA48/2 Collaboration: J. R. Batley et al., New high statistics measurement of K_{e4} decay form factors and scattering phase shifts. Eur. Phys. J. C54 411 (2008)
- [33] NA48/2 Collaboration: J. R. Batley et al., Observation of a cusp-like structure in the $\pi^0\pi^0$ invariant mass distribution from $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\pi^0\pi^0$ decay and determination of the $\pi\pi$ scattering lenghts. Phys. Lett. B 633 173 (2006)
- [34] NA48/2 Collaboration: J. R. Batley et al., A new measurement of the $K^{\pm} \to \pi^{\pm}\gamma\gamma$ decay at the NA48/2 experiment. Phys. Lett. B 730 141 (2014)
- [35] NA48/2 Collaboration: J. R. Batley et al., First Observation and Measurement of the Decay $K^{\pm} \to \pi^{\pm} e^+ e^- \gamma$. Phys. Lett. B659 493 (2008)
- [36] V. Fanti et al., The beam and detector for the NA48 neutral kaon CP violation experiment at CERN. Nucl. Instr. Math. A 574 433 (2007)
- [37] B. Peyaud, KABES: a novel beam spectrometer for NA48. Nucl. Instr. Math. A 535 247 (2004)
- [38] G. Charpak, J. Derre, Y. Giomataris, Ph. Rebourgeard, Micromegas, a multipurpose gaseous detector. Nucl. Instr. Math. A 478 26 (2002)
- [39] M. Mota et al., A Flexible Multy-Channel High Resolution Time to Digital Converter ASIC. IEEE Transactions on Nuclear Science 47 (2001)
- [40] D. Bederde et al., High resolution drift chambers for the NA48 experiment at CERN. Nucl. Instr. Math. A 367 88 (1995)
- [41] I. Augustin et al., The drift chamber electronics and readout for the NA48 experiment at the CERN SPS. Nucl. Instr. Math. A 403 472 (1998)
- [42] R. Arcidiacono et al., The Drift Chamber Electronics for the NA48 Experiment. IEE Trans. Nucl. Sci 51 1470 (2004)
- [43] E. Griezmayer et al., Comparison of field calculations and measurements of sprectrometer magnet. Nucl. Instr. Math. A 361 466 (1995)
- [44] S. Palestini et al., The liquid krypton calorimeter for experiment CERN-NA48. Nucl. Instr. Math. A 367 263 (1995)

- [45] J. Ocariz, The NA48 liquid calorimeter description and performances. arXiv:hepex/9901013 (1999)
- [46] Z. Guzik, A. Chlopik, F. Formenti, A. Gianoli, O. Vossnack, Control and synchronization of the krypton calorimeter pipeline digitizer in NA48 experiment at CERN. Nucl. Instr. Math. A 427 574 (1999)
- [47] M. Jeitler et al., The Clock and Control Signal Distribution System for the NA48 experiment. Nucl. Instr. Meth. A 400 101 (1997)
- [48] G. Ficsher et al., A 40 MHz-pipelined trigger for $K^0 \rightarrow 2p^0$ decays for the CERN NA48 experiment. Nucl. Instr. Meth. A 419 695 (1998)
- [49] S. Anvar et al., The charged trigger system of NA48 at CERN, Nucl. Instr. Meth. A 419 686 (1998)
- [50] R. Arcidiacono et al., The trigger supervisor of the NA48 experiment at CERN SPS. Nucl. Instr. and Meth. A 443 20 (2000)
- [51] M. Sozzi, Triggers for NA48/2, NA48 Note 03-05 (2003)
- [52] F. Bal et al., The NA48 Data Acquisition System, IEE Trans. Nucl. Sci. 45 1889 (1998)
- [53] J. P. Baud et al., Castor status and evolution, eConf, C 0303241 TUDT007 (2003)
- [54] C. Biino et al., Compact 7.2 User Guide, NA48 Documentation (2005)
- [55] R. Fruehwirth, Application of Kalman filtering to track and vertex fitting, Nucl.Instr.and Meth. A262 (1987) 444
- [56] J. B. Cheze, NA48 Drift Chamber Reconstruction Users Guide, NA48 Documentation (1999)
- [57] J. B. Cheze, NA48 Spectreometer: Vertex Calculation, NA48 Note 02-02 (2002)
- [58] G. Unal, Reconstruction Program for the LKr, NA48-98-02 (1997)
- [59] B. Bloch-Devaux, Alpha and beta corrections for NA48/2 simulated events, NA48 Note 05-05 (2005)
- [60] M. De Beer and F. Derue, NASIM User's Guide, NA48 Internal Note NA48-00-23 (2000)
- [61] Application Software Group, R. Brun et al., GEANT3 User's Guide, CERN-DD-EE-84-01 CERN program library long writeup W5013 (1987)
- [62] D. C. Carey, TURTLE (Trace Unlimitted Rays Through Lumped Elements): A computer program for simulating charged particles beam transport systems, FERMILAB-NAL-064 (1971)
- [63] P. Calafiura and C. Talamonti, The new NA48 shower library Users guide, NA48 Internal Note NA48-94-26 (1994)

- [64] E. Barberio and Z. Was, PHOTOS a universal Monte Carlo for QED radiative corrections, version 2.0, Comput. Phys. Commun. 79 291 (1994)
- [65] C. Gatti, Monte Carlo simulation for radiative kaon decays, Eur. Phys. J. C 45 417 (2006)
- [66] T. Husek, K. Kampf and J. Novotny, Radiative corrections to the Dalitz decay $\pi^0 \rightarrow^+ e^- \gamma$ revisited, Phys. Rev. D 92 054027 (2015)