

Софийски университет
“Св. Климент Охридски”

Физически факултет



Магистърска теза

Изследване на нисколежащите възбудени
състояния в ядрото ^{210}Pb

Автор:
Виктор Терзиев

Научен ръководител:
проф. дфзн. Георги Райновски

София, 2026

Съдържание

1	Теоретични основи	3
1.1	Ядрен слоест модел	3
1.2	Сеньорити схема	8
1.3	^{210}Pb като пример за реализация на сенъорити схемата	17
2	Експериментални методи	19
2.1	Кулоново възбуждане	19
2.2	Двучастична кинематика	21
2.3	Доплеров Ефект върху излъчваните гама кванти	24
2.4	Ъглово разпределение	25
3	Експериментална установка	26
3.1	Производство на изотопи	26
3.2	Ускорение на снопа	27
3.3	Детекторна система MINIBALL	29
4	Експеримент по кулоново възбуждане на ^{210}Pb	33
4.1	Калибриране на MINIBALL по енергия и ефективност	33
4.2	Калибровка на детектора за частици	34
4.3	Селекционни критерии	36
4.4	Доплерова корекция на експерименталните гама спектри	38
4.5	Определяне на интензивността на прехода $3^- \rightarrow 2^+$	40
4.6	Определяне на интензивността на прехода $4^+ \rightarrow 2^+$	41
4.7	Изследване на влиянието на рентгеновите лъчи	42
4.8	Интензитети и схема на нивата	43
5	Заклучение	45

1 | Теоретични основи

Атомното ядро представлява сложна квантовомеханична система от силно взаимодействащи помежду си A на брой фермиони — протони и неутрони. Броят на частиците е краен и твърде малък, за да бъдат приложими методите на статистическата физика, но същевременно прекалено голям, за да може задачата да бъде решена чрез точни квантовомеханични пресмятания. Намирането на теоретична рамка, която улавя основните характеристики на ядреното взаимодействие въпреки тази двойна ограниченост, остава едно от централните предизвикателства на ядрената физика.

1.1 Ядрен слоест модел

Една от най-успешните теории за ядрената структура е ядреният слоест модел предложен независимо от Maria G. Mayer [1] и Haxel, Jensen и Suess [2], по аналогия със слоестия модел за електроните в атомните орбитали.. В основата му стои идеята за средно поле — сложното взаимодействие между нуклоните се заменя с движението на всеки нуклон в ефективен потенциал, създаден от всички останали. Отправна точка е пълният Хамилтониан на ядрената система:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^A \frac{\hat{p}_i^2}{2m} + \sum_{i<j} V_{ij} \quad (1.1)$$

Където V_{ij} е двунуклонното взаимодействие. Тук се предполага, че ядреното взаимодействие се доминира от двунуклонни сили — тричастичните и по-висши взаимодействия се пренебрегват като по-слаби, или се третираат като ефективно включени в средното поле.

Основната идея на слоестия модел е да се въведе ефективен едночастичен потенциал $U(r_i)$, като Хамилтонианът се запише във вида:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^A \left[\frac{\hat{p}_i^2}{2m} + U(r_i) \right] + \left[\sum_{i<j} V_{ij} - \sum_{i=1}^A U(r_i) \right] = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{res}} \quad (1.2)$$

където $\hat{H}_0$ представлява едночастичният Хамилтониан, а $\hat{H}_{\text{res}}$ е остатъчното взаимодействие — частта от реалното взаимодействие, която не се описва от средното поле. Потенциалът $U(r_i)$ се избира така, че $\hat{H}_{\text{res}}$ да бъде възможно най-малък.

Едночастичен слоест модел

Едночастичният слоест модел (модел на независимите частици) е първо приближение на слоестия модел, при което се пренебрегва остатъчното взаимодействие, т.е. $\hat{H}_{\text{res}} = 0$. Това приближение работи най-добре в случаите на ядра с един нуклон над затворена ядка. Въпреки ограничената си приложимост, еднонуклонните вълнови функции, получени в този модел, са основните градивни единици на всички вълнови функции в рамките на слоестия модел.

При това предположение Хамилтонианът се свежда до сума от независими едночастични Хамилтониани [3]:

$$\hat{H}_0 = \sum_{i=1}^A \hat{h}_i, \quad \hat{h}_i = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i + U(r_i) \quad (1.3)$$

Това ни дава система от $A = N + Z$ независими уравнения на Шрьодингер за едночастичните вълнови функции φ_i :

$$\hat{h}_i \varphi_i = \varepsilon_i \varphi_i \quad (1.4)$$

Тогава пълната вълнова функция и пълната енергия на ядрото се дават от:

$$\Psi(1, 2, \dots, A) = \prod_{i=1}^A \varphi_i, \quad E = \sum_{i=1}^A \varepsilon_i \quad (1.5)$$

Поради факта, че нуклоните са фермиони, те трябва да изпълняват принципа на Паули, следователно пълната вълнова функция трябва да бъде антисиметрична спрямо размяната на два нуклона. Произведението в горното уравнение служи само като отправна точка — антисиметризиращият вариант се изразява чрез детерминантата на Слатер:

$$\Psi(1, 2, \dots, A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \begin{vmatrix} \varphi_1(1) & \varphi_1(2) & \cdots & \varphi_1(A) \\ \varphi_2(1) & \varphi_2(2) & \cdots & \varphi_2(A) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_A(1) & \varphi_A(2) & \cdots & \varphi_A(A) \end{vmatrix} \quad (1.6)$$

Уравнението на Шрьодингер за сферично симетричен потенциал има следния вид:

$$\hat{h} \Psi_{nlm}(\vec{r}) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(r) \right) \Psi_{nlm}(\vec{r}) = E_{nl} \Psi_{nlm}(\vec{r}) \quad (1.7)$$

Вълновата функция в сферични координати се разделя на радиална и ъглова част:

$$\Psi_{nlm}(\vec{r}) = \frac{1}{r} R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (1.8)$$

Уравнението за радиалната част тогава ще бъде:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 R_{nl}}{dr^2} + \left[U(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \right] R_{nl} = E_{nl} R_{nl} \quad (1.9)$$

Ъгловите вълнови функции са сферичните хармонични функции $Y_{lm}(\theta, \phi)$, които са собствени функции на оператора на квадрата на орбиталния ъглов момент $\hat{L}^2$ и на неговата z -проекция $\hat{L}_z$:

$$\hat{L}^2 Y_{lm}(\theta, \phi) = l(l+1)\hbar^2 Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (1.10)$$

$$\hat{L}_z Y_{lm}(\theta, \phi) = m\hbar Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (1.11)$$

където $l = 0, 1, 2, \dots$ е орбиталното квантово число и $m = -l, \dots, +l$ е магнитното квантово число.

Освен орбиталния ъглов момент, нуклоните притежават и вътрешен ъглов момент — спин $\vec{S}$, който няма класически аналог. Операторите на спина се дефинират чрез матриците на Паули $\hat{\sigma}_i$:

$$\hat{s}_i = \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma}_i, \quad i = x, y, z \quad (1.12)$$

и следват същите комутационни отношения като операторите на орбиталния ъглов момент:

$$[\hat{s}_i, \hat{s}_j] = i\hbar \varepsilon_{ijk} \hat{s}_k \quad (1.13)$$

За нуклоните $s = \frac{1}{2}$, така че има две собствени състояния на $\hat{s}_z$:

$$\chi_{+1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad m_s = +\frac{1}{2} \quad \chi_{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad m_s = -\frac{1}{2} \quad (1.14)$$

с действие на операторите:

$$\hat{s}^2 \chi_{m_s} = \frac{3}{4} \hbar^2 \chi_{m_s}, \quad \hat{s}_z \chi_{m_s} = m_s \hbar \chi_{m_s} \quad (1.15)$$

Тъй като $\hat{L}$ действа върху пространствените координати, а $\hat{S}$ действа върху двумерното спиново пространство с базис $\{\chi_{m_s}\}$, всеки компонент на $\hat{S}$ комутира с всеки компонент на $\hat{L}$. Пълното хилбертово пространство на нуклона е тензорно произведение на орбиталното и спиновото пространство $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\text{orb}} \otimes \mathcal{H}_{\text{spin}}$, така че пълната вълнова функция е произведение от пространствена и спинова част:

$$\psi_{nlm m_s}(\vec{r}) = \Psi_{nlm}(\vec{r}) \chi_{m_s} \quad (1.16)$$

Както ще бъде споменато нататък, потенциалът на средното поле съдържа член за спин-орбитално взаимодействие от вида $\vec{l} \cdot \vec{s}$. В присъствието на този член $\hat{L}_z$ и $\hat{S}_z$ поотделно вече не комутират с Хамилтониана и m и m_s престават да бъдат добри квантови числа. Затова се въвежда операторът на пълния ъглов момент:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (1.17)$$

за който $[\hat{J}^2, \hat{H}] = [\hat{J}_z, \hat{H}] = 0$, т.е. j и m_j са добри квантови числа. Следователно удобната база за описание на нуклонните състояния при спин-орбитално взаимодействие е $|n, l, j, m_j\rangle$, а не $|n, l, m, m_s\rangle$.

При избора на потенциал на средното поле се ръководим от експериментално установените свойства на ядрените сили. Потенциалът трябва да бъде привличащ и приблизително константен във вътрешността на ядрото, след което бързо да

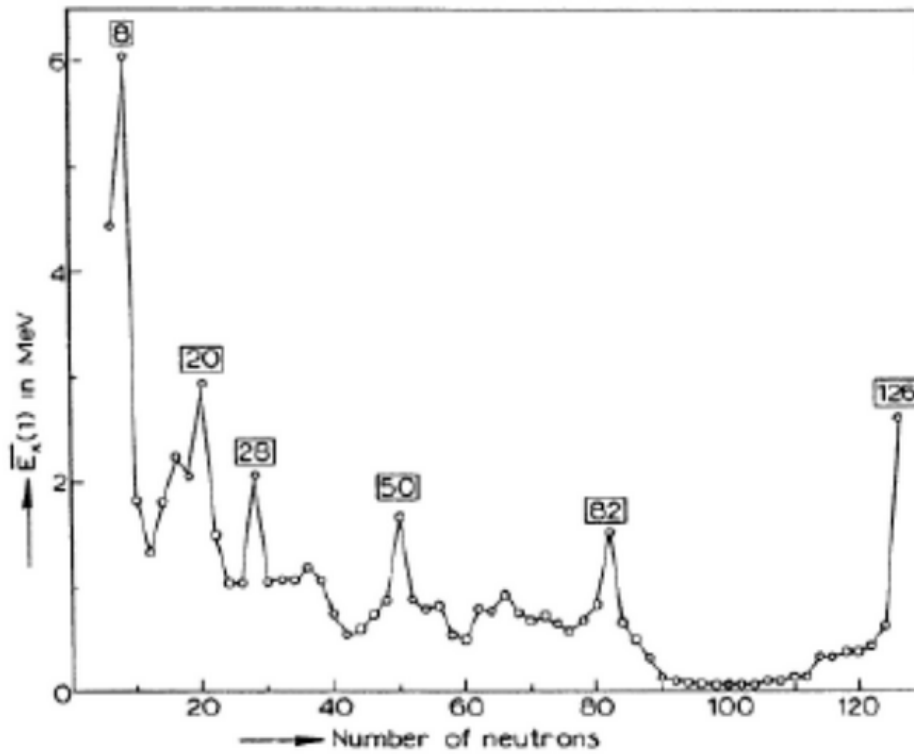
отслабва към нула на повърхността, отразявайки късододействащия характер на ядрените сили. Освен това, производната му трябва да е нула в центъра поради сферичната симетрия:

$$\left. \frac{\partial V(r)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (1.18)$$

$$V(r) \approx \text{const} < 0, \quad r < R_0 \quad (1.19)$$

$$V(r) \rightarrow 0, \quad r \gg R_0 \quad (1.20)$$

Друг основен експериментален факт, който всеки ядрен модел трябва да възпроизведе, са резките промени в свойствата на ядрата при определени числа на запълване — т.нар. магични числа (2, 8, 20, 28, 50, 82, 126). При тези числа ядрата проявяват особена стабилност, изразяваща се в по-високи енергии на свързване, по-големи енергии за отстраняване на нуклон и по-високи енергии на първите възбудени състояния в четно-четни ядра (вж. Фигура 1.1).



Фигура 1.1: Зависимост на енергията на първите възбудени състояния от броя на неутроните — експериментално доказателство за наличието на магични числа [4].

Най-простият потенциал, който отговаря на тези условия, е този на сферичен хармоничен осцилатор. Само с него обаче не се възпроизвеждат правилните магични числа. Затова се добавят два допълнителни феноменологични члена: член $-V_l \hat{l}^2$, който отчита зависимостта на потенциала от орбиталния момент и подобрява формата му спрямо реалния ядрен потенциал, и член за спин-орбитално вза-

имодействие $-V_{ls} \vec{l} \cdot \vec{s}$:

$$U(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 - V_l \hat{l}^2 - V_{ls} \vec{l} \cdot \vec{s} \quad (1.21)$$

където $V_l > 0$ и $V_{ls} > 0$ са феноменологични константи. Членът $\vec{l} \cdot \vec{s}$ може да се изрази чрез операторите на пълния, орбиталния и спиновия ъглов момент:

$$\vec{l} \cdot \vec{s} = \frac{1}{2}[\vec{j}^2 - \vec{l}^2 - \vec{s}^2] \quad (1.22)$$

Спин-орбиталният член разцепва всяко ниво с орбитален момент $l > 0$ на две поднива с $j = l \pm \frac{1}{2}$. Собствените стойности на $\vec{l} \cdot \vec{s}$ в базиса $|n, l, j, m_j\rangle$ са:

$$\langle \vec{l} \cdot \vec{s} \rangle = \frac{\hbar^2}{2} \left[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right] = \begin{cases} +\frac{\hbar^2}{2}l & j = l + \frac{1}{2} \\ -\frac{\hbar^2}{2}(l+1) & j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (1.23)$$

Енергийното разцепване между двете поднива е:

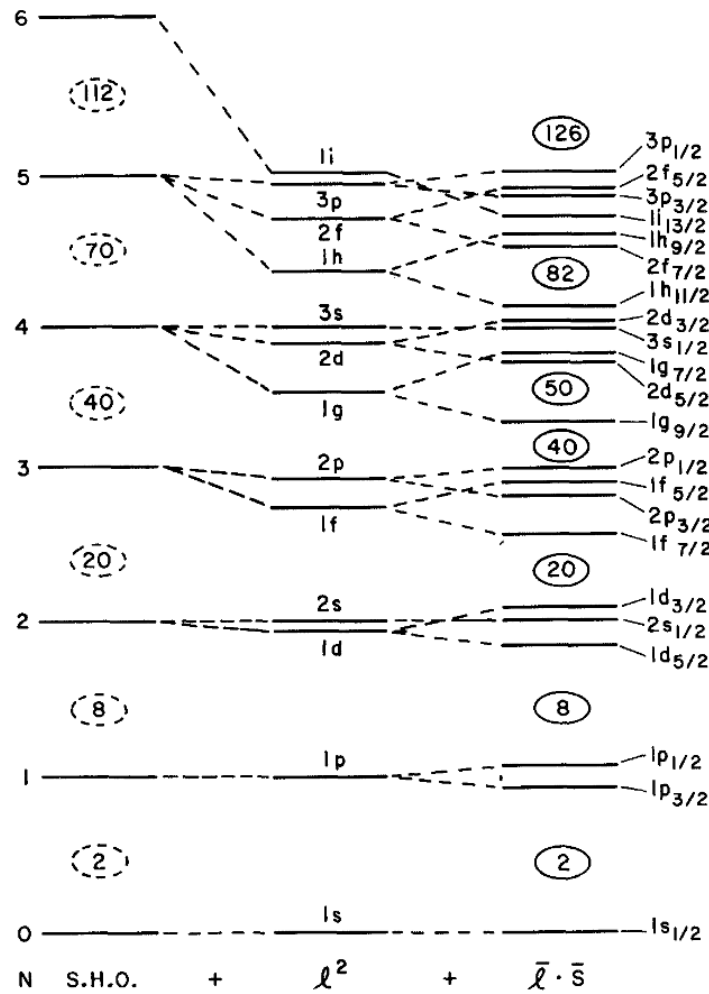
$$\Delta E = E_{j=l-1/2} - E_{j=l+1/2} = V_{ls} \frac{\hbar^2}{2} (2l+1) \quad (1.24)$$

Това разцепване нараства с l , което означава че за орбитали с голям l ефектът е особено силен. Именно това, както се вижда на Фигура 1.2, позволява да се възпроизведат правилните магични числа.

Четността на вълновата функция се определя от поведението на сферичните хармоники при инверсия: $Y_{lm} \rightarrow (-1)^l Y_{lm}$. За многочастична конфигурация от N независими нуклона четността е:

$$\pi = \prod_{i=1}^N (-1)^{l_i} = (-1)^{\sum_{i=1}^N l_i} \quad (1.25)$$

Запълнен слой с дадено j съдържа $2j+1$ нуклона, наредени по двойки с противоположни проекции m_j , което води до четен $\sum l_i$ и следователно положителна четност. Затова четността на ядрото се определя единствено от валентните нукло-ни извън затворените слоеве.



Фигура 1.2: Възпроизвеждане на магичните числа от различни форми на потенциала [5]. Означенията са стандартните спектроскопични означения nl_j .

1.2 Сеньорити схема

Както беше споменато, едночастичният слоест модел намира най-естествено приложение при ядра с един нуклон над или под затворена ядка. При ядра с повече валентни нуклони приносът на остатъчното взаимодействие $\hat{H}_{\text{res}}$ нараства и описанието чрез независими частици постепенно става недостатъчно. За такива ядра е необходимо да се търсят алтернативни подходи, използващи симетриите на остатъчното взаимодействие.

Експериментален факт е, че четно-четните ядра почти без изключение имат $J^\pi = 0^+$ основно състояние, което подсказва, че доминиращият ефект на остатъчното взаимодействие е сдвояването на нуклоните до двойки с $J = 0$, и че остатъчното взаимодействие има особено силен матричен елемент именно за тези двойки.

Сеньорити схемата е въведена от Рака [6] и формализира именно тази идея. Квантовото число сеньорити ν е равно на броя на несдвоените нуклони в конфигурацията j^n :

- j^1 : $\nu = 1$ — едночастично състояние, няма двойки

- j^2 , $J = 0$: $\nu = 0$ — пълно вдвояване
- j^2 , $J = 2, 4, \dots, 2j - 1$: $\nu = 2$ — състоянието не съдържа $J = 0$ двойка

В този си смисъл сенъорити схемата може да се разглежда като ограничение на валентното пространство на слоестия модел [7].

Квази-спинови оператори

Доминирацият ефект на вдвояването може да бъде описан чрез Хамилтониан на вдвояването. При предположение, че преобладаващото остатъчно взаимодействие действа между нуклони, вдвоени до $J = 0$, най-простата ефективна форма на Хамилтониана се свежда до броя и енергийния принос на такива двойки:

$$\hat{H}_{\text{pair}} = -G S_+ S_- \quad (1.26)$$

където $G > 0$ е константата на вдвояване, а S_+ и S_- са оператори на раждане и унищожение на $J = 0$ двойки.

Операторът S_+ ражда двойка нуклони в едночастично състояние j , формирайки конфигурация с $j_1 = j_2 = j$, $J = M = 0$:

$$S_+ = \sum_{m>0} (-1)^{j-m} a_{jm}^\dagger a_{j,-m}^\dagger, \quad S_- = (S_+)^\dagger = \sum_{m>0} (-1)^{j-m} a_{j,-m} a_{jm} \quad (1.27)$$

Заедно с

$$\hat{S}_z = \frac{1}{2}(\hat{N} - \Omega), \quad (1.28)$$

където

$$\hat{N} = \sum_m a_m^\dagger a_m \quad (1.29)$$

и

$$\Omega = \frac{2j+1}{2}, \quad (1.30)$$

тези оператори образуват затворена алгебра със комутационните съотношения

$$[S_+, S_-] = 2S_0, \quad [S_0, S_+] = +S_+, \quad [S_0, S_-] = -S_- \quad (1.31)$$

и реализират алгебрата $SU(2)$, аналогична на тази на ъгловия момент. В тази формулировка те могат да се интерпретират като генератори на безкрайно малки трансформации в квази-спиновото пространство.

Физическата интерпретация на тази алгебрична структура се получава чрез връзката ѝ с броя нуклони n и сенъорити ν [8]. По дефиниция състояние със сенъорити ν не съдържа вдвоени $J = 0$ двойки и удовлетворява

$$\hat{S}_- \Phi_{M\nu}^I |0\rangle = 0. \quad (1.32)$$

От комутационните отношения за квази-спиновата алгебра следва

$$\hat{S}^2 = \frac{1}{2}(\hat{S}_+ \hat{S}_- + \hat{S}_- \hat{S}_+) + \hat{S}_z^2 = \hat{S}_+ \hat{S}_- + \hat{S}_z(\hat{S}_z - 1), \quad (1.33)$$

което води до собствените стойности

$$\hat{S}_z \Phi_{Mv}^I |0\rangle = -\frac{1}{2}(\Omega - v) \Phi_{Mv}^I |0\rangle, \quad (1.34)$$

$$\hat{S}^2 \Phi_{Mv}^I |0\rangle = \left\{ \frac{1}{2}(\Omega - v) \right\} \left\{ \frac{1}{2}(\Omega - v) + 1 \right\} \Phi_{Mv}^I |0\rangle. \quad (1.35)$$

Състоянията със сеньорити v са собствени състояния на $\hat{S}^2$ и $\hat{S}_z$, с квази-спин и проекция

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2}(\Omega - v), \\ s_0 &= -\frac{1}{2}(\Omega - n), \end{aligned} \quad (1.36)$$

(1.37)

като тези величини не зависят от останалите квантови числа J и M . При фиксирано Ω квази-спинът намалява с увеличаване на броя несдвоени нуклони и характеризира степента на сдвояване в системата.

Тази структура позволява еквивалентно описание на състоянията чрез (n, ν) или (s, s_z) , като между двата подхода съществува еднозначна кореспонденция:

$$\left| s = \frac{\Omega - \nu}{2}, s_0 = -\frac{\Omega - n}{2}; J, M \right\rangle \longleftrightarrow |j^n, \nu; JM\rangle \quad (1.38)$$

Енергиен спектър на сдвояването

Енергийният спектър на Хамилтониана може да бъде получен чрез заместване на съответните собствени стойности на $\hat{S}^2$ и S_0 . След заместване операторът $S_+ S_-$ придобива форма, която зависи единствено от броя частици n и сеньорити ν , което позволява директно да се запише Хамилтонианът като

$$\hat{H}_{\text{pair}} = -\frac{G}{4}(n - \nu)(2\Omega - n - \nu + 2). \quad (1.39)$$

Тъй като $\hat{H}_{\text{pair}}$ е диагонален в базиса $|j^n, \nu; JM\rangle$, съответната енергия е

$$E(n, \nu) = -\frac{G}{4}(n - \nu)(2\Omega - n - \nu + 2). \quad (1.40)$$

За напълно сдвоеното основно състояние ($\nu = 0$) се получава

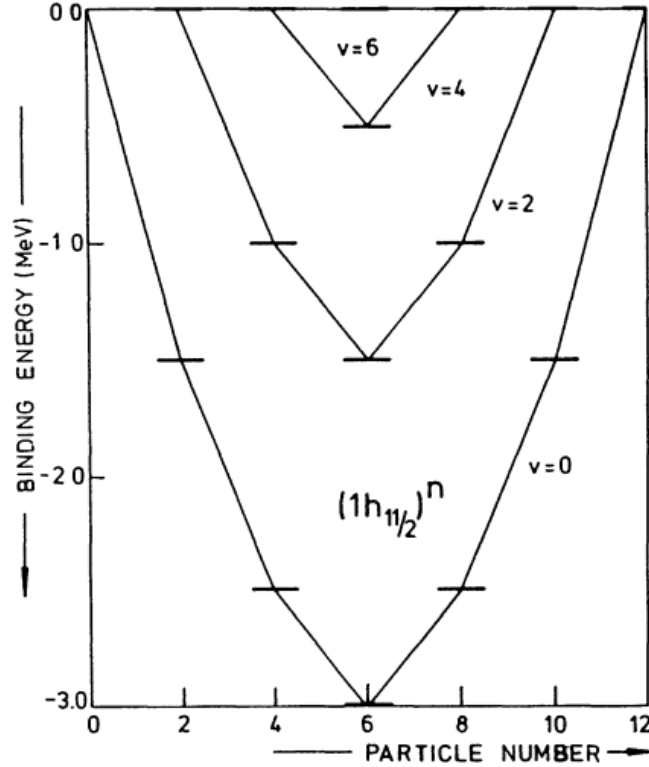
$$E(n, 0) = -\frac{G}{4}n(2\Omega - n + 2), \quad (1.41)$$

което ясно показва, че енергията се понижава с увеличаване на броя $J = 0$ двойки и отразява колективния характер на сдвояването.

Енергийното повишение при разкъсване на двойки се определя от

$$E(n, \nu) - E(n, 0) = \frac{G}{4}\nu(2\Omega - \nu + 2), \quad (1.42)$$

В този смисъл сеньорити играе ролята на брояч на разрушени $J = 0$ двойки и представлява пряк индикатор за степента на нарушаване на корелациите на сдвояване.



Фигура 1.3: Енергии на свързване на u_{rast} състоянията като функция на броя валентни нуклони, групирани по сеньорити $\nu = 0, 2, 4, 6$ [4]

Физически оператори в рамките на сеньорити схемата

В квази-спиновото пространство физическите оператори се класифицират според тяхното трансформационно поведение спрямо генераторите S_+ , S_- , S_0 . Тази класификация позволява въвеждането на ранг s и проекция σ . Операторите, които образуват затворен мултиплет спрямо комутационните съотношения с генераторите на алгебрата, се наричат неприводими тензорни оператори и притежават добре дефинирани s и σ .

Тези неприводими компоненти се дефинират чрез комутационните съотношения[9]:

$$[S_0, T_{\sigma}^{(s)}] = \sigma T_{\sigma}^{(s)}, \quad (1.43)$$

$$[S_+, T_{\sigma}^{(s)}] = \sqrt{s(s+1) - \sigma(\sigma+1)} T_{\sigma+1}^{(s)}, \quad (1.44)$$

$$[S_-, T_{\sigma}^{(s)}] = \sqrt{s(s+1) - \sigma(\sigma-1)} T_{\sigma-1}^{(s)}. \quad (1.45)$$

Това позволява директното прилагане на теоремата на Вигнер–Екарт, при което матричните елементи се факторизират на геометрична част, определена от $SU(2)$ симетрията, и редуциран матричен елемент, съдържащ динамичната информация на системата. Нека сега разгледаме как различни оператори, описващи физически измерими величини, действат върху такива състояния [10].

Едночастичните оператори определят електромагнитни моменти и вероятности за преход. Нека първо вземем тензорен оператор от нечетен ранг (в най-простия случай вектор):

$$\langle j^n v \alpha J | T^{(k)} | j^n v' \alpha' J' \rangle$$

Използвайки комутационните съотношения (1.37-1.39) се установява, че едночастичните тензорни оператори с нечетен пространствен ранг k се трансформират като квази-спинов скалари, т.е. притежават квази-спинов ранг $s = 0$ и проекция $\sigma = 0$. Тогава в квази-спиновото пространство горният матричен елемент приема вида

$$\langle j^n v \alpha J | T^{(k)} | j^n v' \alpha' J' \rangle = \langle s, s_0 | T_0^{(0)} | s', s'_0 \rangle.$$

Прилагайки теоремата на Вигнер–Екарт в квази-спиновото пространство получаваме

$$\langle s, s_0 | T_0^{(0)} | s', s'_0 \rangle = (-1)^{s-s_0} \langle s || T^{(0)} || s' \rangle \begin{pmatrix} s & 0 & s' \\ -s_0 & 0 & s'_0 \end{pmatrix}. \quad (1.46)$$

За тензор от квази-спинов ранг $s = 0$, 3j-символът е ненулев само при $s = s'$ и $s_0 = s'_0$. Понеже съществува еднозначна връзка между квази-спина и сеньорити, това означава, че такива оператори свързват само състояния без промяна на сеньорити:

$$v = v'.$$

Следователно можем да обобщим

$$\langle j^n v \alpha J M | T_{\kappa}^{(k=\text{odd})} | j^n v' \alpha' J' M' \rangle = \langle j^v v \alpha J M | T_{\kappa}^{(k=\text{odd})} | j^v v' \alpha' J' M' \rangle \delta_{v,v'}. \quad (1.47)$$

Матричният елемент в j^n конфигурацията се редуцира до такъв в j^v конфигурацията. Физически това означава, че операторите с нечетен ранг не могат да „разбият“ двойки, сдвоени до $J = 0$. Освен това неизчезващите матрични елементи не зависят от s_0 , а следователно и от броя частици n в слоя. Типичен пример за такъв оператор е операторът на магнитния момент

$$\hat{\mu} = \mu_N g \vec{J},$$

тъй като $\vec{J}$ е вектор (ранг $k = 1$, нечетен), операторът на магнитния момент е квази-спинов скалар.

При едночастичните оператори с четен ранг се наблюдава качествено различно поведение. Отново чрез комутационните съотношения може да се покаже че те притежават компоненти $k = 0, s = 1$ в квази-спиновото пространство. Прилагайки теоремата на Вигнер–Екарт получаваме:

$$\langle j^n v J | T_{\kappa}^{(k)} | j^n v' J' \rangle = \langle s, s_0 | T_{\sigma=0}^{(1)} | s', s_0 \rangle = (-1)^{s-s_0} \langle s || T^{(1)} || s' \rangle \begin{pmatrix} s & 1 & s' \\ -s_0 & 0 & s_0 \end{pmatrix}. \quad (1.48)$$

3j-символът има ненулеви стойности само когато $s = s'$ ($\Delta v = 0$) или $s = s' \pm 1$ ($\Delta v = 2$), което съответства на два качествено различни типа преходи.

Нека първо разгледаме сеньорити-запазващия случай $\Delta v = 0$, т.е. $s' = s$. Съответният 3j-символ се пресмята явно:

$$\begin{pmatrix} s & 1 & s \\ -s_0 & 0 & s_0 \end{pmatrix} = (-1)^{s-s_0} \frac{2s_0}{\sqrt{2s(2s+1)(2s+2)}}, \quad (1.49)$$

и след заместване матричният елемент приема вида:

$$\langle j^n v J | T_{\kappa}^{(k)} | j^n v J' \rangle = \frac{2s_0}{\sqrt{2s(2s+1)(2s+2)}} \langle s || T^{(1)} || s \rangle, \quad (1.50)$$

от което следва редукиционната формула:

$$\langle j^n v \alpha J M | T_{\kappa}^{(k=\text{even})} | j^n v \alpha' J' M' \rangle = \frac{\Omega - n}{\Omega - v} \langle j^v v \alpha J M | T_{\kappa}^{(k=\text{even})} | j^v v \alpha' J' M' \rangle. \quad (1.51)$$

Матричният елемент в n -частичната конфигурация се изразява чрез този в v -частичната и е пропорционален на $(1 - 2f)$, където $f = \frac{n}{2j+1}$ е частичното запълване на слоя. Следователно операторите с четна мултиполност, като например квадруполният момент, ще имат противоположни стойности в началото и края на слоя и ще бъдат 0 в средата му.

В случая $\Delta v = 2$, т.е. $s' = s \pm 1$, съответният 3j-символ се пресмята като:

$$\begin{pmatrix} s & 1 & s+1 \\ -s_0 & 0 & s_0 \end{pmatrix} = (-1)^{s-s_0} \sqrt{\frac{(s+s_0+1)(s-s_0+1)}{2(2s+1)(2s+2)(2s+3)}}, \quad (1.52)$$

и след заместване и изразяване на s_0 чрез n и v редукиционната формула приема вида:

$$\langle j^n v \alpha J M | T_{\kappa}^{(k=\text{even})} | j^n v \mp 2, \alpha' J' M' \rangle = \sqrt{\frac{(n-v+2)(2\Omega+2-n-v)}{2(2\Omega+2-2v)}} \langle j^v v \alpha J M | T_{\kappa}^{(k=\text{even})} | j^v v \mp 2, \alpha' J' M' \rangle \quad (1.53)$$

За разлика от сенъорити-запазващия случай, тук матричният елемент е пропорционален на $\sqrt{f(1-f)}$ и достига максималната си стойност в средата на слоя. Това отразява факта, че операторът активно разбива двойки — вероятността за това е най-голяма когато слойът е наполовина запълнен.

Важно приложение на тези резултати са $E2$ преходите, индуцирани от квадруполния оператор $Q = r^2 Y_2$. За конфигурацията j^n , приемайки че 2_1^+ и 0_1^+ имат съответно $v = 2$ и $v = 0$, редуцираният матричен елемент се дава от:

$$\langle j^n J = 2 | Q | j^n J = 0 \rangle^2 = \frac{n(2j+1-n)}{2(2j-1)} \langle j^2 J = 2 | Q | j^2 J = 0 \rangle^2. \quad (1.54)$$

В началото на запълването на слоя, когато $n \ll 2j+1$, това се опростява до:

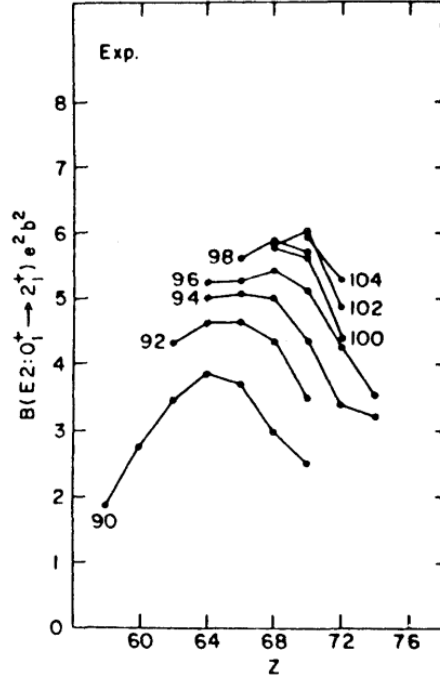
$$\langle j^n J = 2 | Q | j^n J = 0 \rangle^2 \approx n^2 \langle j^2 J = 2 | Q | j^2 J = 0 \rangle^2, \quad (1.55)$$

тъй като броят на наличните двойки, които могат да участват в прехода, нараства бързо с n . Следователно редуцираната вероятност за преход $B(E2)$, дефинирана като:

$$B(E2 : j_i \rightarrow j_f) = \frac{1}{2j_i+1} \langle j_f | Q | j_i \rangle^2, \quad (1.56)$$

нараства към средата на слоя и намалява симетрично към края му, в съответствие с поведението $f(1-f)$, което може да се види и на Фигура 1.4.

Така четните едночастични оператори, за разлика от нечетните, могат едновременно да запазват и да променят сенъоритите, което води до качествено по-сложно



Фигура 1.4: Стойностите на $B(E2)$ като функция на Z [5]

поведение на матричните елементи като функция на запълването. Резултатите получено до сега демонстрират силата и елегантността на сеньорити схемата. След като матричните елементи са изчислени в конфигурацията с най-ниско j^v , те са напълно определени във всяка конфигурация j^n чрез ясни и прости изрази, включващи само n и v .

Нека сега се обърнем към двучастичните взаимодействия в рамките на сеньорити схемата [5]. Нека разгледаме двучастично взаимодействие описвано с нечетен тензор, което можем да разбием като сума от едночастични оператори:

$$V_{12} = \sum_{i < k}^n V_{ik}.$$

Тъй като операторът е от нечетен тензорен характер, той не може да промени ν . Следователно сдвоените двойки $J = 0$ не дават принос към матричния елемент — единственият им ефект е константно понижаване на енергията V_0 , повторено $(n - \nu)/2$ пъти, по веднъж за всяка сдвоена двойка. Така получаваме:

$$\left\langle j^n \nu \alpha J \left| \sum_{i < k}^n V_{ik} \right| j^n \nu \alpha' J \right\rangle = \left\langle j^n \nu \alpha J \left| \sum_{i < k}^v V_{ik} \right| j^n \nu \alpha' J \right\rangle + \frac{n - \nu}{2} V_0 \delta_{\alpha \alpha'}. \quad (1.57)$$

Матричните елементи са линейни в $(n - \nu)/2$ и достигат максимум в средата на слоя. Тъй като ядрените взаимодействия са привличащи, състоянията с по-ниско ν ще имат по-ниска енергия, в съгласие с експерименталния факт че основното състояние в четно-четни ядра е $J^\pi = 0^+$, а в нечетни ядра — $\nu = 1$, $J = j$.

Важно следствие на горното уравнение са енергиите на $\nu = 2$ състоянията.

Нека разгледаме разликата $E(j^n, \nu = 2) - E(j^n, \nu = 0)$:

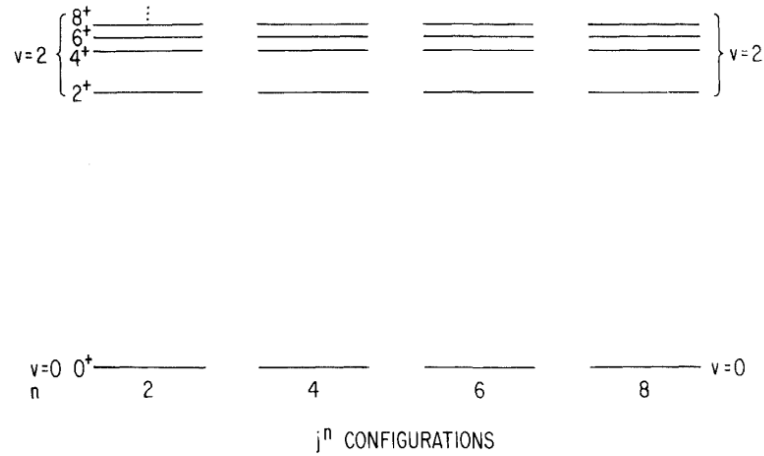
$$E(j^n, v = 2, J) - E(j^n, v = 0, J = 0) = \langle j^2 J | V | j^2 J \rangle + \frac{n-2}{2} V_0 - \frac{n}{2} V_0 = \langle j^2 J | V | j^2 J \rangle - V_0. \quad (1.58)$$

Енергиите на $\nu = 2$ състоянията не зависят от n , тъй като приносът $\frac{n-2}{2} V_0$ от сдвоените двойки се съкращава при вземане на разликата.

Нека разгледаме също разликите във фамилията състояния $\nu = 2$:

$$\begin{aligned} E(j^n, v = 2, J) - E(j^n, v = 2, J') &= \left[\langle j^2 J | V | j^2 J \rangle + \frac{n-2}{2} V_0 \right] - \left[\langle j^2 J' | V | j^2 J' \rangle + \frac{n-2}{2} V_0 \right] \\ &= \langle j^2 J | V | j^2 J \rangle - \langle j^2 J' | V | j^2 J' \rangle \\ &= E(j^2, v = 2, J) - E(j^2, v = 2, J'). \end{aligned} \quad (1.59)$$

Разликите са идентични на тези в двучастичната конфигурация и отново не зависят от броя на валентните частици. По-специално енергийната разлика между 2_1^+ и 0_1^+ състоянията остава приблизително константна в рамките на даден слой, независимо от броя на валентните нуклони — резултат в отлично съгласие с експеримента, което може да се види на Фигура 1.5:



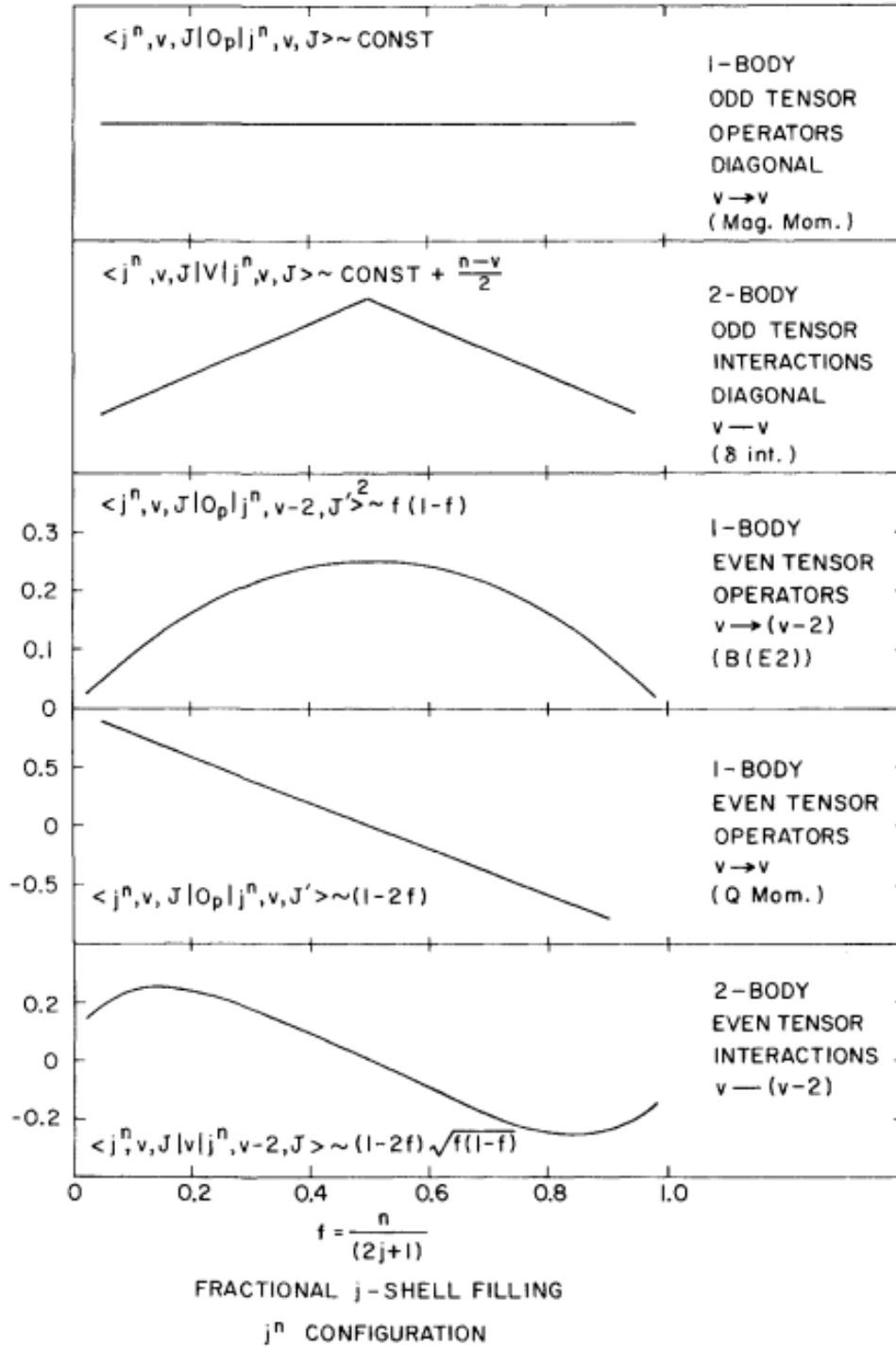
Фигура 1.5: Сгъстяване на енергиите на $\nu=2$ състоянията[5]

Този резултат е от огромно значение — в противен случай прилагането на слоестия модел към ядра с повече от един или два нуклона над затворени ядки би било невъзможно.

Двучастичните тензорни оператори с четна мултиполност могат както да запазват, така и да променят ν . В квази-спиновото пространство такъв оператор притежава компоненти с $s = 0$ и $s = 1$, съответстващи на $\Delta\nu = 0$ и $\Delta\nu = 2$. Използвайки вече изведените редукционни формули за едночастичните случаи, за недиагоналния матричен елемент получаваме:

$$\left\langle j^n v \alpha J \left| \sum_{i < k}^n V_{ik} \right| j^n v \mp 2, \alpha' J \right\rangle = \sqrt{\frac{(n-v+2)(2\Omega+2-n-v)}{2(2\Omega+2-2v)}} \cdot \frac{\Omega-n}{\Omega-v} \left\langle j^v v \alpha J \left| \sum_{i < k}^v V_{ik} \right| j^v v \mp 2, \alpha' J \right\rangle \quad (1.60)$$

Подобно на едночастичния случай, матричният елемент се държи като $\sqrt{f(1-f)}$ и достига максимум в средата на слоя. Обобщение на действието на различните оператори в сеньорити схемата може да се види на Фигура 1.6.

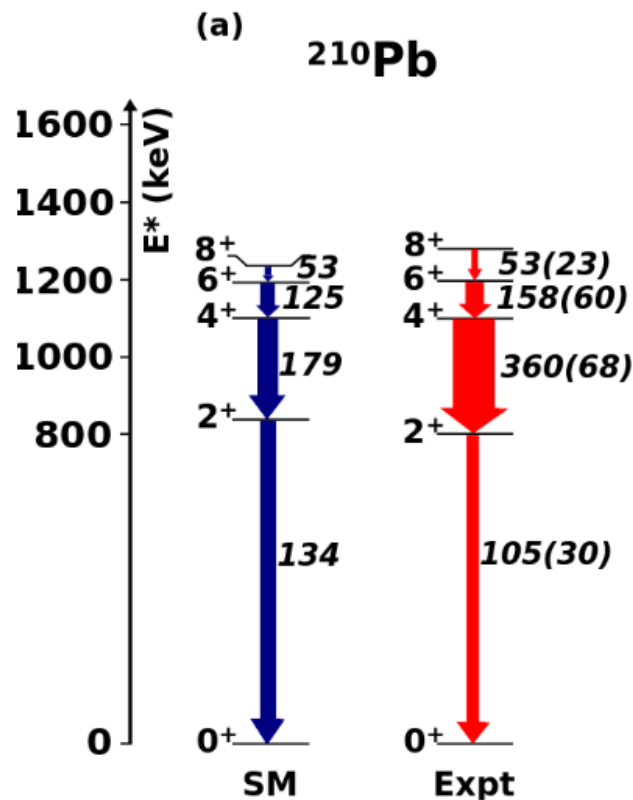


Фигура 1.6: Обобщение на действието на различни оператори в сеньорити схемата[5]

1.3 ^{210}Pb като пример за реализация на сеньорити схемата

Сред полумагичните ядра особено важна роля играят тези с два валентни нуклона — те служат като референтни системи за изследване на свойствата на j^2 конфигурациите, включително енергиите на състояния със сеньорити $\nu = 2$ и вероятностите за $E2$ преходи. Редуцираните вероятности за $E2$ преходи, и по-специално сеньорити-променящият преход $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ ($\Delta\nu = 2$) и преходите в рамките на $\nu = 2$ мултиплета ($\Delta\nu = 0$), представляват чувствителен тест за слоестия модел. Характеристиките на сеньорити схемата се очаква да останат валидни в ядра близо до магичните числа, където нискоенергийните възбуждания са доминирани от един тип нуклони — преди взаимодействието протон–неутрон да доведе до поява на колективни ефекти. Ето защо изучаването на такива системи служи като естествена отправна точка за разширяване на слоестия модел към по-сложни ядра.

Ядрото ^{210}Pb съдържа два валентни неутрона спрямо двойно магичното ^{208}Pb и представлява идеална референтна система за изследване на сеньорити-2 конфигурации. Енергиите на ираст състоянията 2^+ , 4^+ , 6^+ и 8^+ следват характерна сеньорити структура, в съответствие с интерпретацията им като принадлежащи към конфигурацията $(\nu g_{9/2})^2$.



Фигура 1.7: Сравнение между експериментални данни и слоести изчисления за ^{210}Pb .

Сравнението между експериментални данни и реалистични слоести изчисления

показват добро възпроизвеждане на енергиите на ираст състоянията. Изчисленията са извършени във валентно пространство, включващо всички неутронни орбитали в слоя 126–184 ($3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$, $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$, $1g_{9/2}$, $0h_{11/2}$ и $0j_{15/2}$) и всички протонни орбитали в слоя 82–126 ($2p_{1/2}$, $2p_{3/2}$, $1f_{5/2}$, $1f_{7/2}$, $0h_{9/2}$ и $0i_{13/2}$). За остатъчното взаимодействие е използвано взаимодействието на Куо-Херлинг[11]. Ефективните заряди са избрани така, че да възпроизведат експериментално измерените стойности на $B(E2; 8_1^+ \rightarrow 6_1^+)$ в ^{210}Pb . Въпреки това съществуващите експериментални стойности за $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ и $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$, получени чрез реакции на разсейване[12], систематично надвишават теоретичните предсказания, което е илюстрирано на Фигура 1.7. Това несъответствие не може да бъде отстранено чрез вариране на ефективните заряди или чрез промяна на конкретната реализация на слоестия модел, което подчертава, че коректното третиране на сеньорити-2 конфигурациите в ^{210}Pb е от ключово значение за описанието на системите около ^{208}Pb .

Поради това несъответствие е необходимо независимо експериментално определяне на $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ чрез безопасно(safe) кулоново възбуждане на радиоактивни снопове — подход, който избягва систематичните ограничения на досегашните методи. Същият експеримент предоставя достъп и до спектроскопичния квадруполен момент $Q(2_1^+)$, който заедно с $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ осигурява пълно описание на $E2$ свойствата на първото възбудено състояние. Като допълнителна цел, двустепенното кулоново възбуждане при подходящи експериментални условия би позволило по-прецизно определяне на $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$, чиято експериментална стойност към момента остава несигурна.

2 | Експериментални методи

В тази глава накратко ще бъде направен теоретичен преглед на основните техники използвани в експеримента. За заселване на изследваните ядрените състояния е използвана реакция на Кулоново възбуждане. Накратко ще бъдат разгледани кинематиката на кулоновото възбуждане, механизма му и ефектите върху наблюдаваните гамма спектри.

2.1 Кулоново възбуждане

Кулоновото възбуждане (CoulEx) е един от основните методи за изследване на ядрената структура. При него ядрата от снопа възбуждат ядрата на мишената чрез нееластично разсейване, дължащо се единствено на електромагнитното взаимодействие между двете ядра.

За да се гарантира, че ядреното взаимодействие не дава принос към процеса, разстоянието между двете ядра трябва да надвишава радиуса на действие на силното взаимодействие. Това поставя горна граница на енергията на снопа и се формализира чрез условието за безопасно кулоново възбуждане [13]:

$$b = \frac{e^2 Z_p Z_t}{E_p} > D_{\text{safe}} = R_0 \left(A_p^{1/3} + A_t^{1/3} \right) + 5 \text{ fm}, \quad (2.1)$$

където b е прицелният параметър, Z_p , Z_t , A_p , A_t са атомните и масовите числа съответно на снопа и мишената, а допълнителните 5 fm отчитат дифузността на ядрената повърхност.

Квазикласическото приближение е приложимо когато параметърът на Зомерфелд:

$$\eta = \frac{Z_p Z_t e^2}{\hbar v} \gg 1, \quad (2.2)$$

където v е скоростта на снопа. Това условие гарантира че дължината на вълната на Дьо Бройл на налитащата частица е много по-малка от характерното разстояние на взаимодействие, така че траекторията може да се описва класически като

хипербола на Ръдърфорд. При изпълнението му вероятността за ядрено възбуждане се пресмята квантовомеханично по тази траектория, а сечението за кулоново възбуждане се факторизира като произведение на Ръдърфордовото сечение и вероятността за възбуждане [14]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = P_n \cdot \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruth}}, \quad (2.3)$$

където Ръдърфордовото сечение се дава от:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruth}} = \frac{a^2}{\sin^4(\theta/2)}, \quad a = \frac{Z_p Z_t e^2}{2E}, \quad (2.4)$$

като E е енергията на снопа. Вероятността за възбуждане на ниво n , се дава от:

$$P_n = \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{m_i m_n} |a_n|^2, \quad (2.5)$$

където a_n са амплитудите на възбуждане, а J_i е пълният ъглов момент на началното състояние.

За изчисляване на амплитудите на възбуждане, се използва теория на пертурбациите. Състоянието на ядрото $|\psi\rangle$ еволюира според уравнението на Шрьодингер:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = (H_0 + H_E(t)) |\psi\rangle, \quad (2.6)$$

където H_0 е хамилтонианът на свободното ядро, а $H_E(t)$ описва зависимото от времето електромагнитно взаимодействие. Представяйки вълновата функция като $|\psi(t)\rangle = \sum_n a_n(t) |\phi_n\rangle$, където $|\phi_n\rangle$ са собствените функции на H_0 , получаваме уравнения за коефициентите:

$$\dot{a}_n(t) = \frac{1}{i\hbar} \sum_m \langle n | V(\vec{r}(t)) | m \rangle e^{i(E_n - E_m)t/\hbar} a_m(t). \quad (2.7)$$

Преди разсейването системата се намира в основното си състояние, така че $a_n(t = -\infty) = \delta_{n0}$. В първи ред на теорията на пертурбациите амплитудата за преход от основното състояние $|J_0 M_0\rangle$ към възбуденото $|J_f M_f\rangle$ се дава от:

$$a_f = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle J_f M_f | V(\vec{r}(t)) | J_0 M_0 \rangle e^{i\omega t} dt, \quad (2.8)$$

където $\omega = \Delta E/\hbar$ е ядрената честота на прехода, а $\Delta E = E_f - E_0$ е енергията на възбуждане.

Взаимодействието $V(\vec{r}(t))$ се развива по мултиполни компоненти:

$$V(\vec{r}(t)) = 4\pi Z e^2 \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \frac{1}{2\lambda+1} \frac{Y_{\lambda\mu}(\theta(t), \phi(t))}{r(t)^{\lambda+1}} T(E\lambda, \mu), \quad (2.9)$$

където $Y_{\lambda\mu}$ са сферичните хармонични функции, а $T(E\lambda, \mu)$ е електричният мултиполен оператор на ядрото. Магнитните възбуждания са пропорционални на $(v/c)^2$

и могат да бъдат пренебрегнати. Замествайки в израза за амплитудата, получаваме:

$$a_f = \frac{4\pi Ze^2}{i\hbar} \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{2\lambda+1} \langle J_f M_f | T(E\lambda, \mu) | J_0 M_0 \rangle R_{\lambda\mu}, \quad (2.10)$$

където орбиталният интеграл:

$$R_{\lambda\mu} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \frac{Y_{\lambda\mu}(\theta(t), \phi(t))}{r(t)^{\lambda+1}} dt \quad (2.11)$$

съдържа цялата информация за класическата траектория и зависи единствено от геометрията на разсейването и параметъра на адиабатичност $\xi = \omega a/v$, който характеризира колко бързо се променя взаимодействието спрямо ядрената честота. За $\xi \ll 1$ процесът е адиабатичен и вероятността за възбуждане е малка, докато за $\xi \sim 1$ се постига оптимално кулоново възбуждане.

Прилагайки теоремата на Вигнер–Екарт, матричният елемент се факторизира като:

$$\langle J_f M_f | T(E\lambda, \mu) | J_0 M_0 \rangle = (-1)^{J_f - M_f} \begin{pmatrix} J_f & \lambda & J_0 \\ -M_f & \mu & M_0 \end{pmatrix} \langle J_f || E\lambda || J_0 \rangle, \quad (2.12)$$

като редуцираният матричен елемент е свързан с редуцираната вероятност за преход чрез:

$$B(E\lambda; J_0 \rightarrow J_f) = \frac{1}{2J_0 + 1} |\langle J_f || E\lambda || J_0 \rangle|^2. \quad (2.13)$$

Замествайки в израза за амплитудата и след това в сечението, получаваме диференциалното сечение за кулоново възбуждане за всеки мултипол поотделно:

$$\frac{d\sigma_{E\lambda}}{d\Omega} = \left(\frac{2\pi Ze^2 a}{\hbar} \right)^2 \frac{B(E\lambda)}{\sin^4(\theta/2)} \sum_{\mu} |R_{\lambda\mu}|^2, \quad (2.14)$$

а пълното сечение е сума по всички мултиполи:

$$\frac{d\sigma_{\text{CE}}}{d\Omega} = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{d\sigma_{E\lambda}}{d\Omega}. \quad (2.15)$$

Измеримата експериментална величина — броят на регистрираните γ -кванти от дадения преход — се изразява чрез

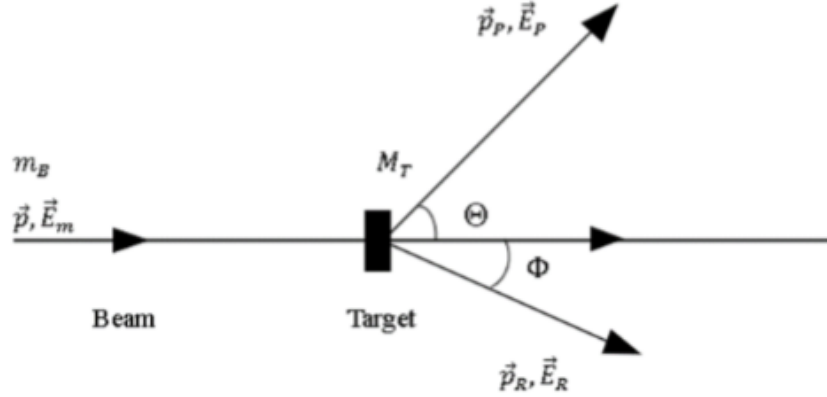
$$\Upsilon_{\text{yield}} = I_{\text{beam}} \times d_t \times \epsilon_{\gamma}(E_{\gamma}) \times \sigma_{E\lambda}, \quad (2.16)$$

където I_{beam} е интензивността на снопа, d_t е дебелината на мишената, $\epsilon_{\gamma}(E_{\gamma})$ е ефективността на детектора при енергия E_{γ} , а $\sigma_{E\lambda}$ е интегралното сечение за кулоново възбуждане от мултиполност $E\lambda$.

2.2 Двучастична кинематика

След процеса на кулоново възбуждане е необходимо да бъдат определени кинематичните характеристики на реакцията — ъгли на разсейване, енергии и импулси

на участващите ядра. Нека частица от снопа с маса m_B , пълна енергия E_B и импулс $\vec{p}_B$ взаимодейства с мишена с маса m_T , която първоначално е в покой. В резултат от взаимодействието снопът се разсейва с характеристики $(E_P, \vec{p}_P)$, а мишената получава откат с параметри $(E_R, \vec{p}_R)$. Двете частици се разсейват под различни ъгли спрямо посоката на снопа. Схематично кинематиката на процеса е представена на Фигура 2.1



Фигура 2.1: Кинематика на процеса

В експеримента се измерват енергията и положението на разсеяните частици спрямо посоката на снопа. Регистрацията на γ -квант в съвпадение с частица проектилна или откатна частица определя спектроскопично събитие. За правилното определяне на енергията на γ -прехода е необходима Доплерова корекция, която изисква познаване на скоростта и посоката на движение на излъчващото ядро. Чрез тях се определят параметрите β и θ във формулата за Доплерова корекция (описана в секция 2.3). Когато се детектира частицата, от която произхожда γ -излъчването, необходимите кинематични параметри се определят непосредствено.

В случаите, когато се регистрира другата разсеяна частица, кинематичните параметри на излъчващото ядро трябва да бъдат възстановени чрез двучастичната кинематика. Това изисква установяване на връзките между енергиите и ъглите на разсейване на проектила и откатното ядро, както и на зависимостите между тях. Нека приемем, че посоката на движение на налитания сноп съвпада с оста x . От закона за запазване на импулса (ЗЗИ) за проекциите по оси x и y следва:

$$p_B = p_P \cos \theta + p_R \cos \phi \quad (2.17)$$

$$0 = p_P \sin \theta - p_R \sin \phi \quad (2.18)$$

Ако изразим импулсите след сблъсък, повдигнем уравненията на квадрат и ги комбинираме:

$$p_R^2 = p_B^2 + p_P^2 - 2p_B p_P \cos \theta \quad (2.19)$$

$$p_P^2 = p_B^2 + p_R^2 - 2p_B p_R \cos \phi \quad (2.20)$$

За да обвържем импулсите с енергиите на системите, използваме запазването на четири-импулса преди и след сблъсък:

$$P_\mu^2 = (E_B + m_T, \vec{p}_B)^2 = (E_P + E_R, \vec{p}_P + \vec{p}_R)^2 \quad (2.21)$$

Което, в комбинация със ЗЗИ ($\vec{p}_B = \vec{p}_P + \vec{p}_R$), води до закона за запазване на пълната енергия:

$$E_B + m_T = E_P + E_R \quad (2.22)$$

От (2.6) следва:

$$E_R^2 = (E_B + m_T - E_P)^2 \quad (2.23)$$

За да намерим решение за импулса на проектила спрямо ъгъла му на разсейване $p_P(\theta)$, използваме фундаменталната релативистка връзка $E^2 = m^2 + p^2$ за всяка от частиците. След заместване на енергиите с техните импулсни еквиваленти, изолиране на радикалите и решаване на съответното квадратно уравнение спрямо p_P , се достига до коректното решение:

$$p_P = \frac{2p_B \cos \theta (E_B m_T + m_B^2)}{2[(E_B + m_T)^2 - p_B^2 \cos^2 \theta]} \pm \frac{\sqrt{[2p_B \cos \theta (E_B m_T + m_B^2)]^2 + 4[(E_B + m_T)^2 - p_B^2 \cos^2 \theta] p_B^2 (m_T^2 - m_B^2)}}{2[(E_B + m_T)^2 - p_B^2 \cos^2 \theta]} \quad (2.24)$$

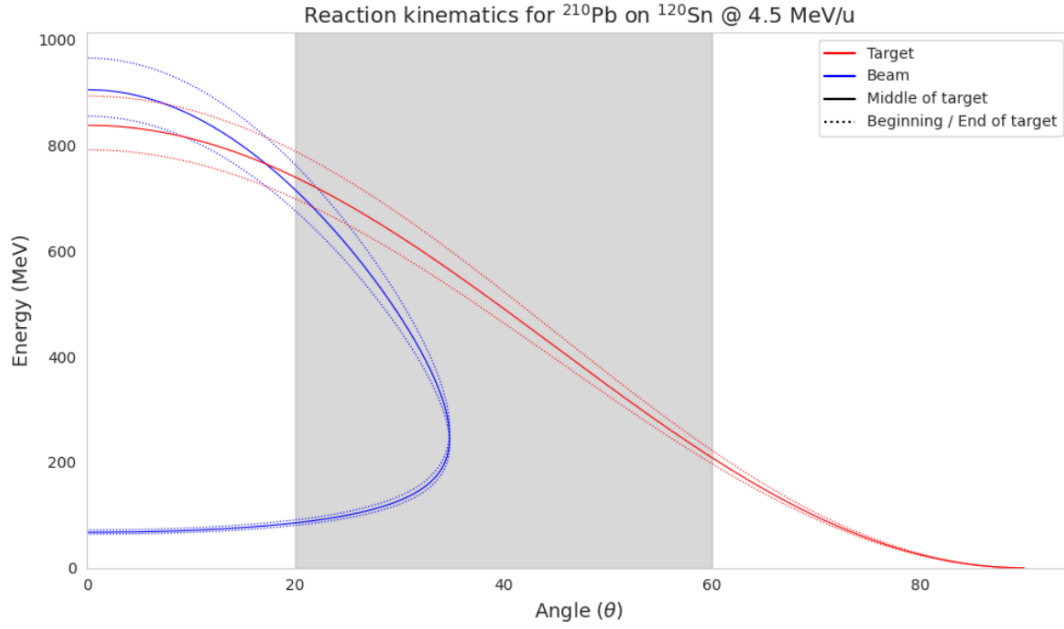
По аналогичен начин можем да определим връзката за импулса на откатната частица спрямо нейния ъгъл на разсейване $p_R(\phi)$. Чрез първоначално изолиране на E_P се достига до уравнението:

$$[(E_B + m_T)^2 - p_B^2 \cos^2 \phi] p_R - 2p_B \cos \phi (E_B m_T + m_T^2) = 0 \quad (2.25)$$

Откъдето директно следва зависимостта:

$$p_R = \frac{2p_B \cos \phi (E_B m_T + m_T^2)}{(E_B + m_T)^2 - p_B^2 \cos^2 \phi} \quad (2.26)$$

При реални експерименти е необходимо да се вземе предвид, че енергията на взаимодействиящите частици не съвпада с първоначалната енергия на ускорения сноп. Част от нея се губи в самата мишена вследствие на процеси както на ядрено, така и на електронно ниво. Енергийните загуби на снопа зависят пряко от началната му енергия и от дълбочината на проникване в мишената преди осъществяването на взаимодействието. Изведените формули, приложени за 3 възможни региона на взаимодействие-в началото, в средата и в края на мишената са представени на Фигура 2.2



Фигура 2.2: Кинематика на реакцията при различни области на взаимодействие на снопа в мишената. Защрихованата част отговаря на ъгловото покритие на детектора за частици

2.3 Доплеров Ефект върху излъчваните гама кванти

За определяне на относителните заселвания на изследваните състояния е необходимо прецизно измерване на интензивностите на γ -квантите, излъчвани при техния разпад. Качеството на наблюдавания γ -спектр зависи силно от скоростта и посоката на движение на разсеяните йони спрямо γ -детекторите поради ефекта на Доплер: ядрата се движат със скорости от порядъка на няколко процента от скоростта на светлината, вследствие на което енергията на регистрираните фотони в лабораторната система е доплерово отместена спрямо енергията на прехода.

Ако E_0 е енергията на прехода в отправната система на ядрото, детектираната енергия се определя от релятивистката формула за Доплеров ефект:

$$E_\gamma = \frac{E_0}{\gamma(1 - \beta \cos \theta)}, \quad (2.27)$$

където $\beta = v/c$ е скоростта на ядрото в единици от скоростта на светлината, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ е Лоренцовият фактор, а θ е ъгълът между посоката на движение на ядрото и посоката на излъчване на γ -кванта.

Доплеровият ефект води както до отместване, така и до разширяване на спектралните пикове, тъй като ядрата се разсейват с различни скорости и под различни ъгли спрямо детекторите. За да се извърши корекция, е необходимо за всяко събитие да бъдат определени скоростта и посоката на движение на излъчващото ядро. Както беше показано в секция 2.2, кинематичната реконструкция на траекториите на проектилните и откатните ядра — чрез измерване на техните ъгли на разсейване

и енергии — позволява извършване на доплеровата корекция събитие-по-събитие и точно определяне на интензивностите на γ -преходите.

2.4 Ъглово разпределение

При измерване на ъгъла, под който γ -квант се излъчва спрямо ядрото-източник, интензивността на съответния преход зависи от ъгловото разпределение на лъчението. Това разпределение е чувствително към степента на ориентация на излъчващото ядро, която от своя страна зависи от населеността на магнитните подсъстояния, както и от мултиполността на прехода. Степента на ориентация на състояние със спин J се определя чрез параметрите на населеност $P_m(J)$. Вместо тях, по-често се използва статистическият тензор, дефиниран чрез матричните елементи на матрицата на плътността[15]:

$$\rho_{mm'} = \langle J, m | \hat{\rho} | J, m' \rangle \quad (2.28)$$

За аксиално симетрично наредено състояние извъндиагоналните елементи се анулират и остават само населеностите $P_m(J)$ по диагонала. Прилагайки теоремата на Вигнер-Екарт получаваме точно статистическия тензор:

$$\rho_k(J) = (2J+1)^{1/2} \sum_m (-)^{J-m} \langle Jm \ J-m \mid k0 \rangle P_m(J) \quad (2.29)$$

Функцията на населеността често се приема за гаусово разпределение[16]:[16]:

$$P_m(J) = \frac{\exp\left(-\frac{m^2}{2\sigma^2}\right)}{\sum_{m'=-J}^J \exp\left(-\frac{m'^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (2.30)$$

където σ е параметърът на Гаус, който определя степента на ориентация на състоянието. В границата $\sigma \rightarrow \infty$ разпределението става равномерно по всички подсъстояния m и ъгловото разпределение се изотропизира, докато при малки стойности на σ населеността се концентрира около $m = 0$, което съответства на силна наредба. Функцията на ъгловото разпределение за случая $I_i \rightarrow I_f$ е

$$W(\theta) = 1 + A_2 P_2(\cos \theta) + A_4 P_4(\cos \theta) \quad (2.31)$$

където $P_k(\cos \theta)$ са полиномите на Лежандр, а коефициентите A_k се изразяват чрез:

$$A_k(J_i L_1 L_2 J_f) = \rho_k(J_i) \frac{1}{1 + \delta^2} [F_k(J_f L_1 L_1 J_i) + 2\delta F_k(J_f L_1 L_2 J_i) + \delta^2 F_k(J_f L_2 L_2 J_i)] \quad (2.32)$$

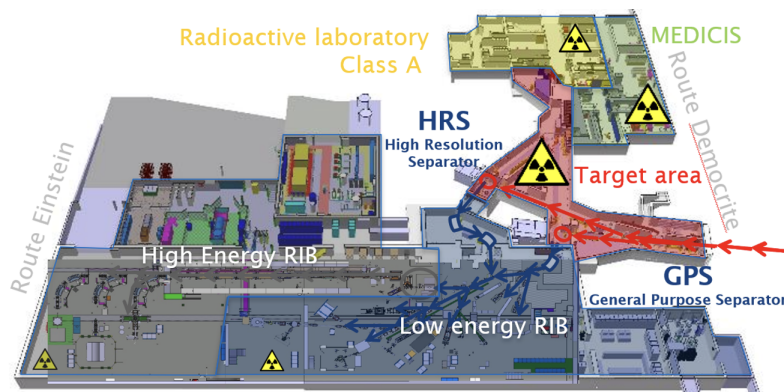
като $\delta = \langle J_f \| L_2 \| J_i \rangle / \langle J_f \| L_1 \| J_i \rangle$ е коефициентът на мултиполно смесване за конкретния преход. При $\delta=0$, A_k е просто произведение на два независими фактора:

$$A_k = \rho_k(J_i) \cdot F_k(J_f, L_1, L_2, J_i) \quad (2.33)$$

където $\rho_k(J_i)$ описва ориентацията на началното ядрено състояние, а $F_k(J_f, L_1, L_2, J_i)$ описва геометрията на прехода определена от мултиполността.

3 | Експериментална установка

Съоръжението ISOLDE към CERN (Женева, Швейцария) осигурява производство, мас-сепарация и ускорение на радиоактивни йонни снопове до енергии, подходящи за кулоново възбуждане на екзотични ядра. В настоящата глава са описани основните компоненти на експерименталната установка — от производството на изотопи до детекторната система, регистрираща продуктите на реакцията.



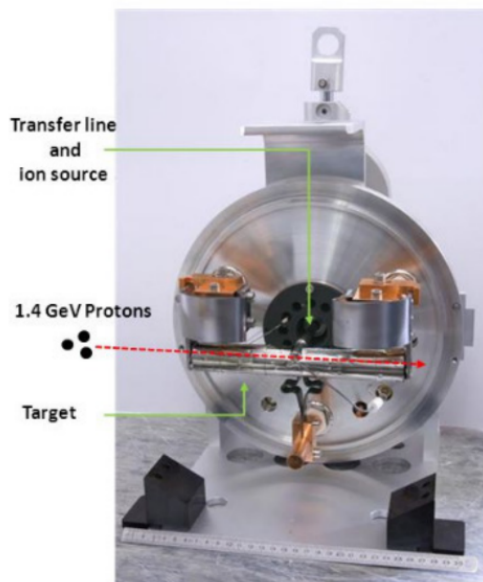
Фигура 3.1: ISOLDE[17]

3.1 Производство на изотопи

Радиоактивните ядра в ISOLDE се произвеждат чрез облъчване на дебели мишени с високоенергиен протонен сноп от ускорителя PSB. Индуцираните ядрени реакции водят до образуването на екзотични изотопи, които вследствие на високата температура на мишената дифундират към съседен йонен източник. Йонизацията може да се осъществи чрез плазмен йонен източник, повърхностна йонизация или лазерна йонизация, в зависимост от химичните свойства на желанния елемент. Полученият йонен сноп се насочва към един от двата мас-сепаратора на ISOLDE — GPS или HRS — където се извършва разделяне по отношение маса/заряд.

Поради дългото време на полуразпад на ^{210}Pb ($T_{1/2} = 22$ години), директното бомбардиране на мишената с протони не е необходимо за неговото производство. Вместо това изотопът се получава чрез естественото му изпускане от предварително облъчвана мишена от UC_x .

За получаване на химически чисти йонни лъчи широко приложение намира резонансният лазерен йонен източник RILIS (Resonance Ionization Laser Ion Source) [18]. Методът използва многостъпкова резонансна фотойонизация, основана на специфичната електронна структура на отделните химични елементи. Няколко последователни лазерни прехода възбуждат атомите до йонизационно състояние, осигурявайки селективна йонизация само на желания елемент. Процесът се осъществява в силно нагрят метална кухня ($T \approx 2000\text{ K}$), където атомите се задържат достатъчно дълго за ефективно облъчване. В комбинация с мас-сепараторите на ISOLDE, методът RILIS позволява едновременното селектиране както на химичния елемент (Z), така и на масовото число (A), осигурявайки висока степен на изобарна селективност.



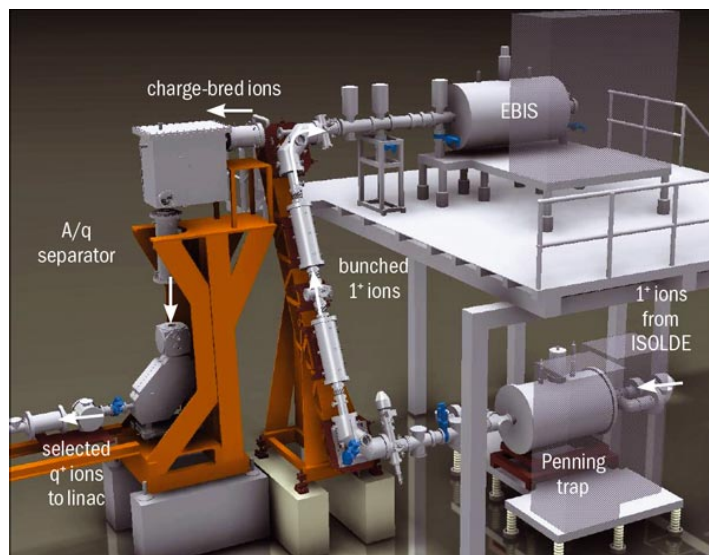
Фигура 3.2: Първичната мишена [17].

3.2 Ускорение на снопа

След мас-сепарацията йоните постъпват в системата REX-ISOLDE, където преминават през няколко последователни етапа на подготовка и ускорение. Първоначално снопът се охлажда, фокусира и групира в капана REXTRAP чрез взаимодействие с буферен газ и задържане в електромагнитен капан на Пенинг, което позволява формирането на компактни йонни пакети.

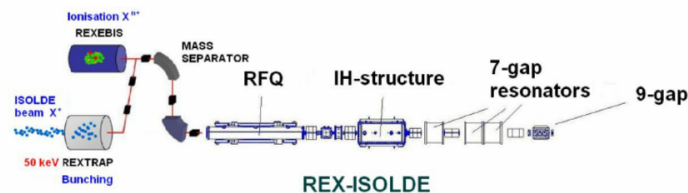
Следващият етап е увеличаването на зарядовото състояние чрез електронно-лъчевия йонен източник EBIS (Electron Beam Ion Source) [19]. Йоните се подлагат на последователна ударна йонизация от фокусиран електронен сноп, което води до

образуването на силно заредени йони с отношение $A/q \leq 4.5$, необходимо за ефективно ускоряване в линейния ускорител. В настоящия експеримент беше получена стойност $A/q = 4$, което отговаря на сноп $^{210}\text{Pb}^{52+}$.



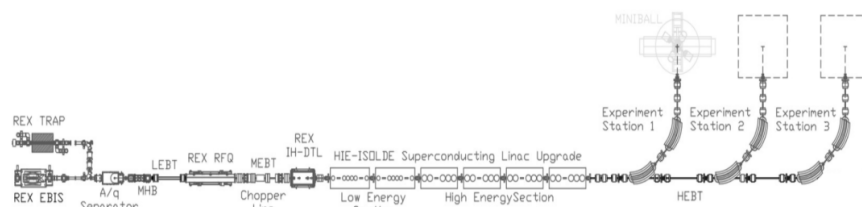
Фигура 3.3: Системата REXTRAP–EBIS за охлаждане, групиране и увеличаване на зарядовото състояние на йоните [19].

Ускорението на снопа се осъществява в няколко последователни структури. Радиочестотният квадрупол (RFQ) ускорява йоните до около 0.3 MeV/u и осигурява подходящо групиране на снопа, след което йоните навлизат в ИН ускорителя и серия резонаторни структури, чрез които енергията нараства до приблизително 3 MeV/u .



Фигура 3.4: Схема на ускорителния комплекс REX-ISOLDE [17].

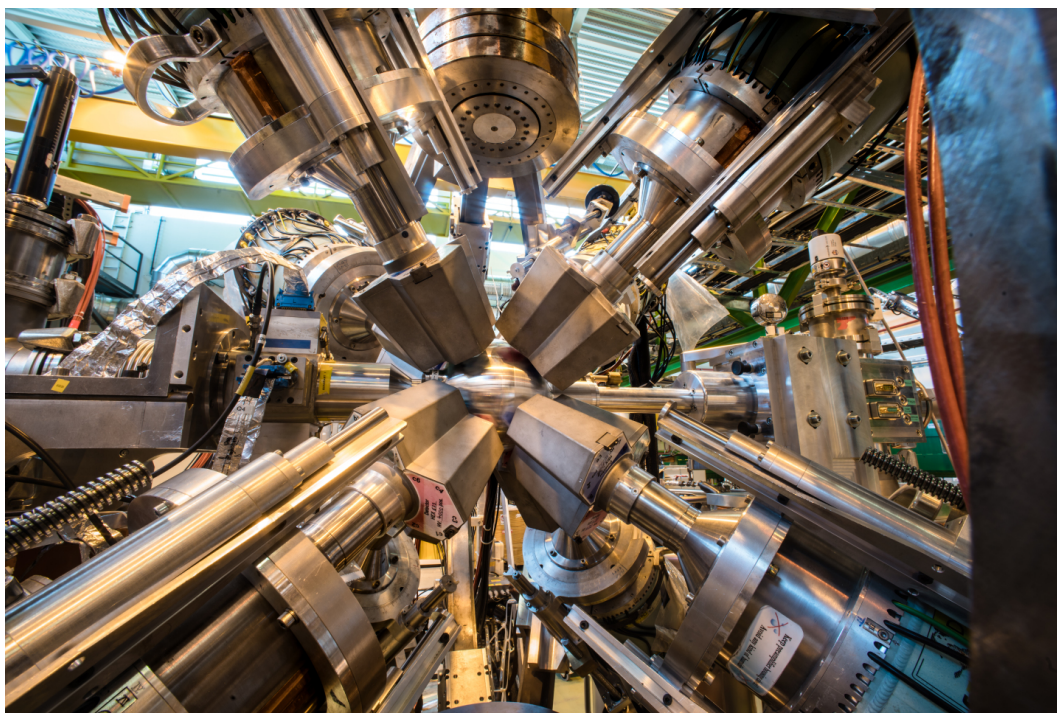
За постигане на по-високи енергии системата беше разширена с HIE-ISOLDE (High Intensity and Energy ISOLDE) [20] — свръхпроводящ линейен ускорител, изграден от четири криомодула със свръхпроводящи резонаторни кухни. Той позволява повишаване на енергията на радиоактивните снопове до 10 MeV/u и повече, в зависимост от масовото число на ускорявания изотоп. След ускорението снопът се транспортира по трансферната линия към експерименталната зона на MINIBALL.



Фигура 3.5: Свърхпроводящият ускорител HIE-ISOLDE [20].

3.3 Детекторна система MINIBALL

MINIBALL [21] представлява масив от свръхчисти германиеви детектори (HPGe) с висока енергийна разделителна способност, разработен в CERN за експерименти с радиоактивни йонни снопове с нисък интензитет. Системата е оптимизирана основно за изследвания по кулоново възбуждане и трансферни реакции.

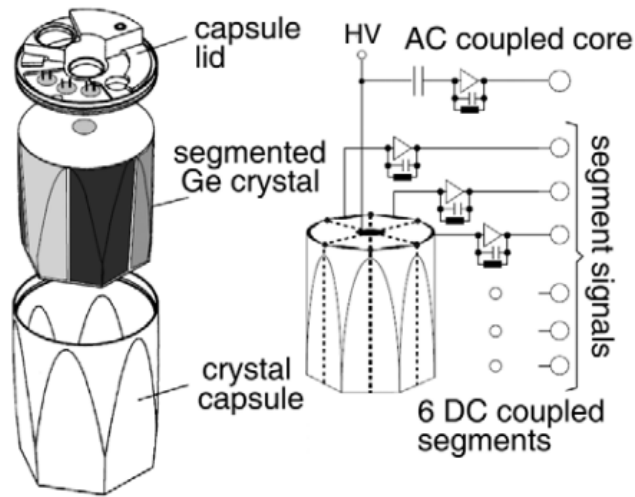


Фигура 3.6: Спектрометърът MINIBALL[21]

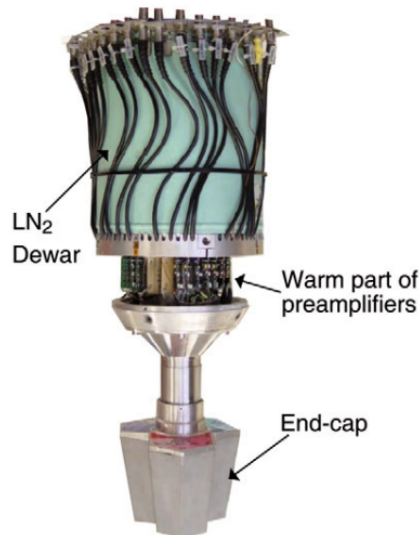
Спектрометърът се състои от осем тройно-кълъстерни HPGe детектора, включващи общо 24 капсуловани германиеви кристала. Всеки кристал е електронно сегментиран на шест независими сектора, като освен сегментните сигнали се регистрира и общ сигнал от централния контакт. Сегментацията позволява локализиране на мястото на взаимодействие на γ -лъчите в кристала и определяне на ъгъла им на излъчване с висока точност.

Германиевите кристали са капсуловани и охлаждадени посредством криостатна система с течен азот, осигуряваща стабилни работни условия и ниско ниво на електронен шум.

Геометрията на MINIBALL осигурява голям пространствен ъгъл и висока ефек-



Фигура 3.7: Схематично представяне на сегментираните HPGe кристали в MINIBALL [21].



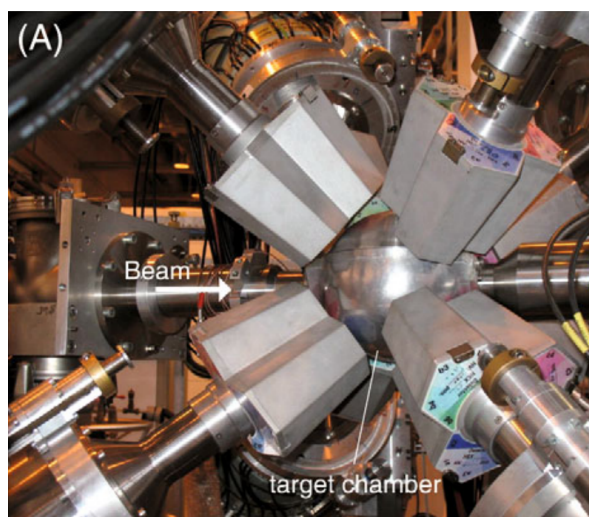
Фигура 3.8: Криостатна система за охлаждане на детекторите [21].

тивност за регистрация на γ -кванти, а комбинацията от висока енергийна разделителна способност и позиционна чувствителност позволява прецизна доплерова корекция на регистрираните преходи.

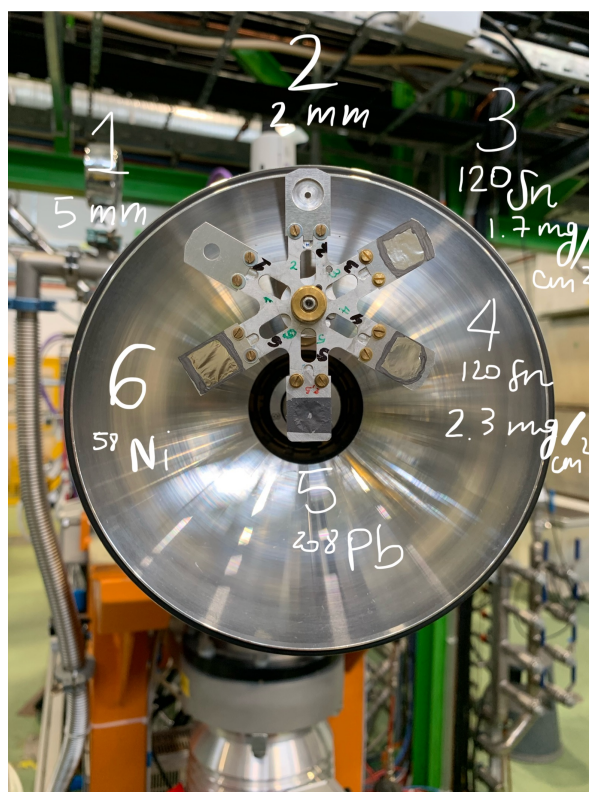
Ускореният радиоактивен сноп се транспортира посредством трансферна линия до реакционната камера, в която се осъществява взаимодействието с мишената.

Камерата представлява тънкостенна сферична конструкция от сплав AlMg₃, в която е разположено мишенно колело с шест позиции. Тази конфигурация позволява бърза смяна на мишените без нарушаване на вакуума в системата, като част от позициите се използват за отвори за настройка и фокусиране на снопа.

За регистрация на разсеяните частици се използва двустранен силициев стрипов детектор (DSSSD) с дебелина 500 μm , разположен на приблизително 20–30 mm от мишената. Дебелината на детектора е достатъчна за спиране на тежките йони и



Фигура 3.9: Реакционна камера на установката MINIBALL [21].



Фигура 3.10: Мишенното колело в реакционната камера.

позволява едновременно измерване на енергията и ъглите на разсейване. Детекторът е сегментиран както в радиална, така и в азимутална посока: предната страна е разделена на 16 концентрични пръстена, които определят полярния ъгъл θ , а задната страна съдържа 24 сектора, предоставящи информация за азимуталния ъгъл ϕ . По този начин детекторът позволява прецизно определяне на кинематиката на разсеяните частици.

При експериментите по кулоново възбуждане информацията от DSSSD се комби-



Фигура 3.11: Разположение на DSSSD в реакционната камера [21].

нира с данните от MINIBALL. Измерените енергии и ъгли на разсеяните частици определят кинематиката на реакцията и позволяват извършването на събитие-по-събитие доплерова корекция на регистрираните γ -кванти. Това е ключово условие за прецизно определяне на енергиите и интензитетите на γ -преходите и съответно за надежден анализ на електромагнитните матрични елементи.

4 | Експеримент по куло- ново възбуждане на ^{210}Pb

Експериментът се проведе между 3 и 7 ноември 2025 г. под името IS720. Тъй като ^{210}Pb е радиоактивен изотоп, той не може да се използва като стационарна мишена и експериментът се провежда в обратна кинематика — ускореният сноп от ^{210}Pb взаимодейства с мишена от ^{120}Sn с дебелина 1.7 mg/cm^2 . Мишената от ^{120}Sn е избрана заради високия си атомен номер ($Z = 50$), който осигурява висока вероятност за кулоново възбуждане, както и заради добре познатите си електромагнитни матрични елементи. Допълнително предимство е, че енергията на $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ прехода в ^{120}Sn ($E_\gamma = 1171 \text{ keV}$) е достатъчно отдалечена от нисколежащите нива на ^{210}Pb , което изключва риска от припокриване на γ -линии в спектъра. Енергията на снопа беше избрана да бъде 4.5 MeV/u с цел безопасно кулоново възбуждане.

4.1 Калибриране на MINIBALL по енергия и ефективност

Калибрирането по енергия на HPGe детекторите е необходимо, тъй като различия в работните параметри на предусилвателите и електрониката водят до малки отклонения в зависимостта между енергията на регистрирания γ -квант и съответния канал в многоканалния анализатор. Поради това тази зависимост трябва да бъде определена експериментално за всеки детектор.

За целта се използват стандартни калибровъчни източници ^{152}Eu и ^{133}Ba , които осигуряват множество γ -линии в широк енергиен диапазон — приблизително от 80 до 1400 keV. За всяка ясно изразена линия се определя центроидът на пика в канални единици и се съпоставя със съответната известна енергия. Получената зависимост между канал и енергия обикновено се описва с линейна функция, а при наличие на малки нелинейности — с квадратична апроксимация.

Освен калибрирането по енергия, за определянето на абсолютните интензитети на γ -преходите е необходимо да се познава и ефективността на регистрация $\varepsilon(E)$, която зависи силно от енергията на γ -квантите. Калибрирането по ефективност се извършва отново с ^{152}Eu и ^{133}Ba , като се анализират интензитетите на отдел-

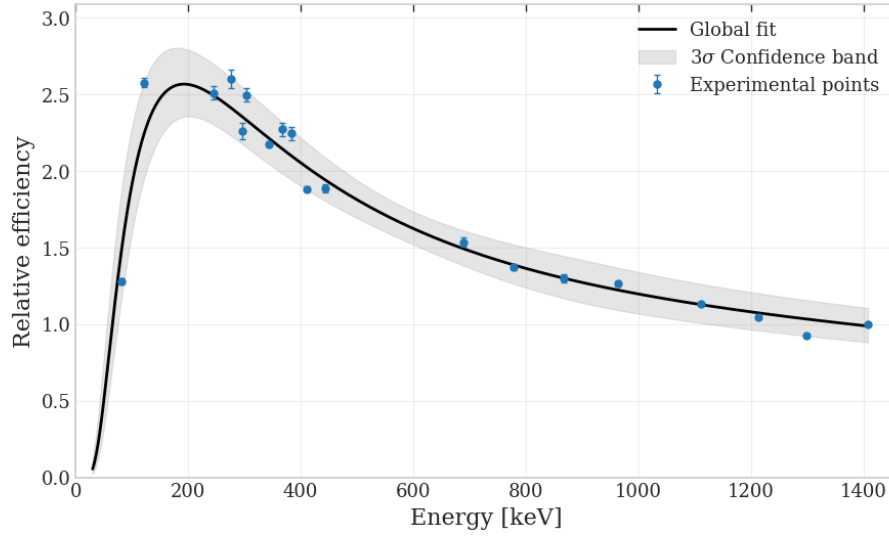
ните линии. За всяка линия i с известна относителна интензивност се изчислява съотношението спрямо референтен преход:

$$\frac{I_i}{I_{\text{ref}}} = \frac{N_i}{N_{\text{ref}}} \cdot \frac{\varepsilon(E_{\text{ref}})}{\varepsilon(E_i)}, \quad (4.1)$$

където N_i и N_{ref} са измерените броеве събития под съответните пикове. По този начин се извлича зависимостта $\varepsilon(E)$, която се описва с функция от вида:

$$\varepsilon(E) = (aE + b/E) e^{(cE+d/E)}, \quad (4.2)$$

която добре възпроизвежда формата на ефективността в широк енергиен диапазон, както е показано на Фигура 4.1.



Фигура 4.1: Крива на относителната ефективност на детекторната система, получена чрез калибровъчни източници ^{152}Eu и ^{133}Ba . Със сиво е отбелязан 3σ доверителният интервал

4.2 Калибровка на детектора за частици

Поради липсата на калибровъчни източници, даващи енергия от стотици MeV, сравними с енергията на разсеяните йони след реакцията, се налага използването на индиректен подход, основан на симулация на кинематиката на реакцията. За симулиране на кинематиката беше използвана програмата *KinSim*[22]. Програмата използва характеристиките на снопа и мишената, както и данни за енергийните загуби, изчислени със *SRIM*[23], за да извърши Монте Карло симулация на реакцията.

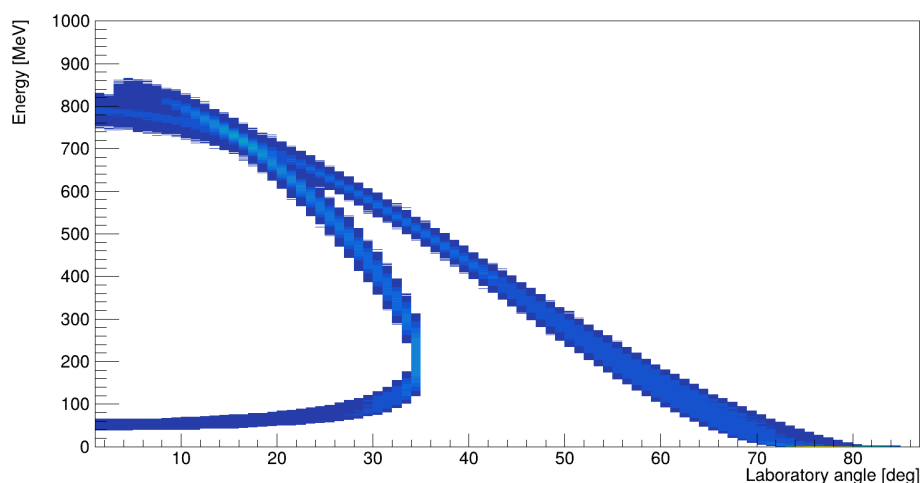
Като входни параметри за симулацията се задават:

- енергия на снопа;
- вид на снопа и мишената;
- дебелина на мишената;

- разстояние между мишената и DSSSD детектора;
- разделителна способност на детектора;
- брой генерирани събития.

За всяко от генерираните събития програмата варира различни параметри на реакцията, като например енергията на снопа, областта на взаимодействие в мишената и ъгъла на разсейване. На базата на това се пресмята кинематиката на реакцията, като чрез данните от *SRIM* се отчитат и загубите на енергия в различните материали.

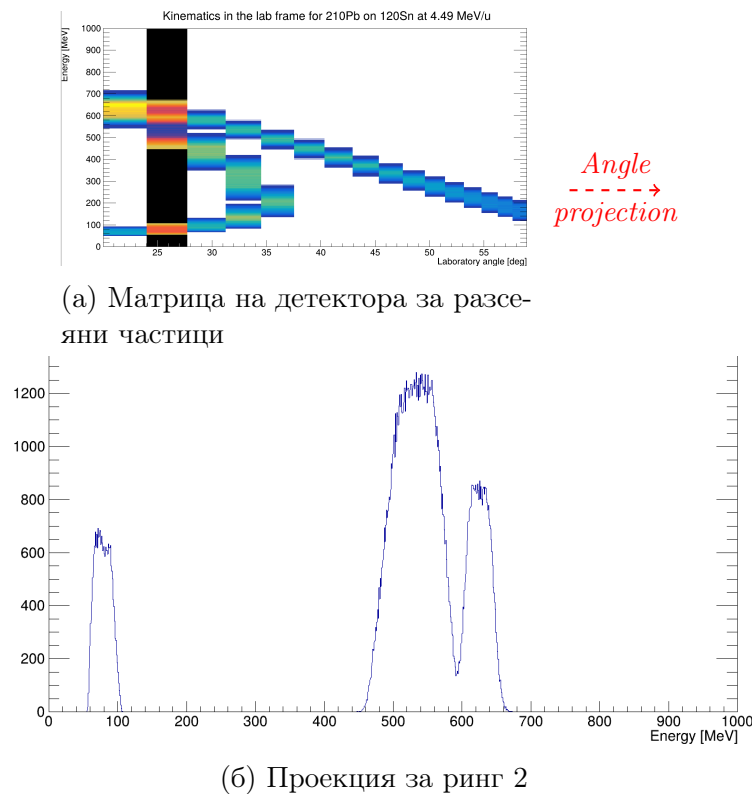
За да се симулира реалният отклик на DSSSD детектора, върху получените енергии се прилага гаусово уширяване (smearing), определено от зададената енергийна разделителна способност на детектора. В резултат се получава реконструирана кинематика на реакцията, показана на Фигура 4.2, която може да се сравни с теоретичната зависимост.



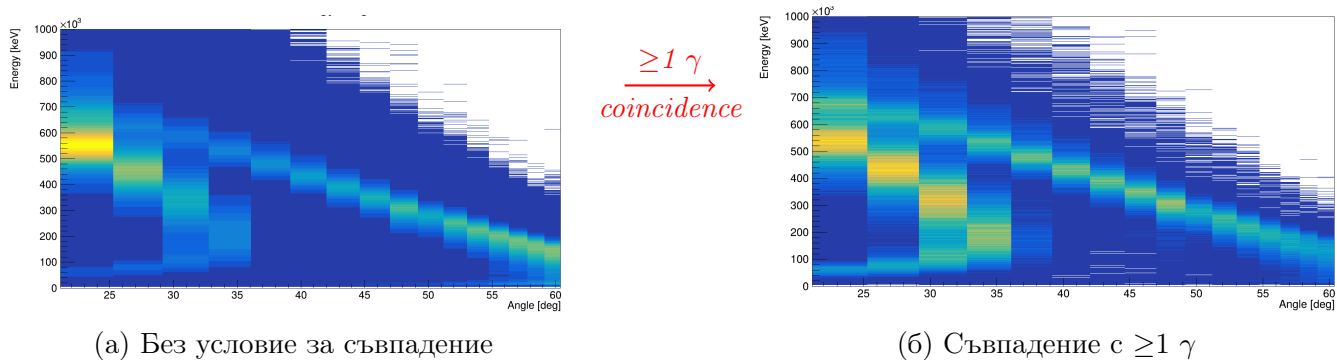
Фигура 4.2: Симулирана кинематика на реакцията $^{210}\text{Pb} + ^{120}\text{Sn}$ при 4.5 MeV/u, получена с програмата *KinSim*.

Като допълнителен резултат получаваме симулираната матрица, представляваща зависимостта между коригираната за енергетични загуби енергия и ъгъла в лабораторната координатна система. Проекциите на матрицата по ъгловата ос представляват спектри от всеки ринг на DSSSD. На Фигура 4.3 това е илюстрирано за ринг 2.

Процесът на калибровка се изразява в напасване на експерименталните спектри към симулираните спектри за всеки ринг на детектора за частици. Като резултат се получава финално калибрираната кинематична матрица на детектора за частици, върху която, с цел намаляване на фоновия принос и отразявайки че кулоновото възбуждане е прудружено с излъчването на γ -квант, се налага условие за съвпадение с поне един регистриран γ -квант от детекторната система, както е показано на Фигура 4.4.



Фигура 4.3: Кинематика в лабораторната система за $^{210}\text{Pb} + ^{120}\text{Sn}$ при 4.5 MeV/u.

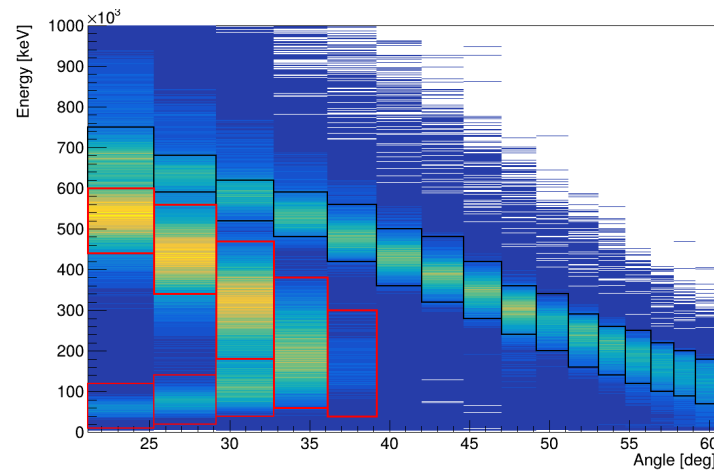


Фигура 4.4: Матрицата използвана за калибровка и една нейна проекция

4.3 Селекционни критерии

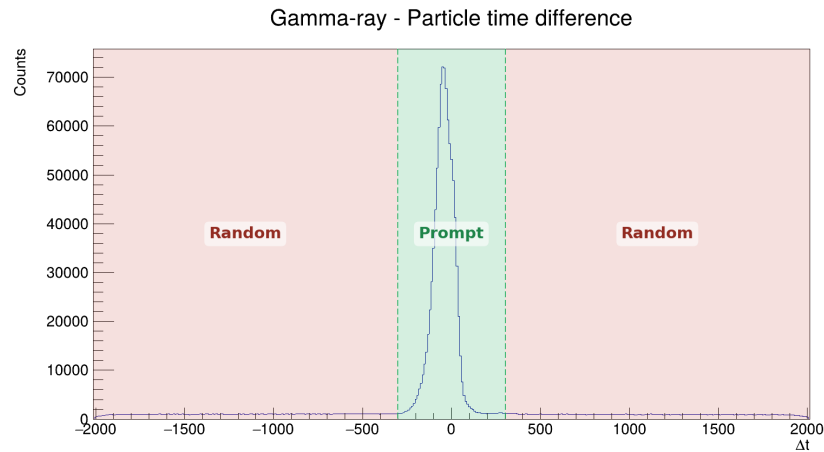
Системата MINIBALL регистрира голям обем от данни, включващ разсеяни частици и γ -лъчи от разпад. За да бъдат изолирани събитията, съответстващи на кулоново възбуждане, е необходимо прилагане на селекционни критерии, основани на кинематиката на реакцията. Както се вижда от Фигура 4.5, възможно е да се постигне разделяне между събитията, произхождащи от снопа и мишената. За всеки ринг на силициевия детектор са дефинирани специфични области в зависимостта $E-\theta$, избрани така, че да селектират събитията от снопа или мишената и едновременно да минимизират фоновия принос.

Допълнително се прилага времева селекция, основана на разпределението на



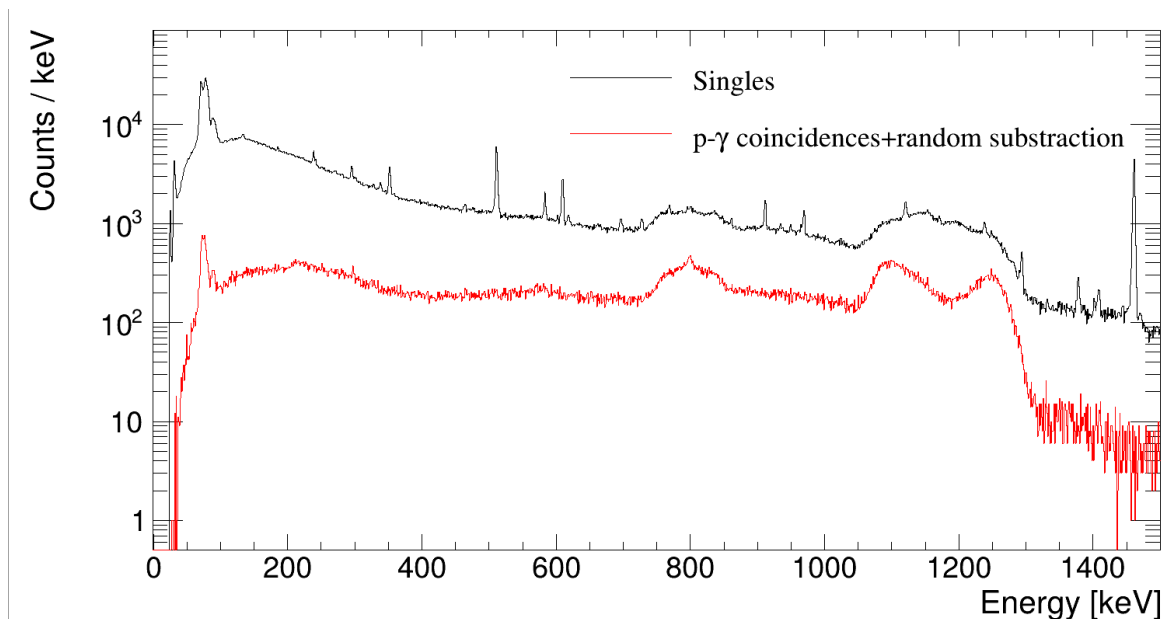
Фигура 4.5: Селекционни критерии за разделяне на събитията от снопа и мишената в зависимостта $E-\theta$.

времева разлика между частица и γ -квант. Дефинира се времеви прозорец около максимума на корелираните събития, като събитията извън него се третират като случайни съвпадения. По този начин се потиска приносът на случайните съвпадения и се подобрява чистотата на спектрите, което е илюстрирано на Фигура 4.6.



Фигура 4.6: Разпределение на времевата разлика между регистрирана частица и γ -квант и дефиниран времеви прозорец за селекция на корелираните събития.

Крайният ефект върху експерименталния гама спектър от селекционните критерии може да се види на Фигура 4.7.

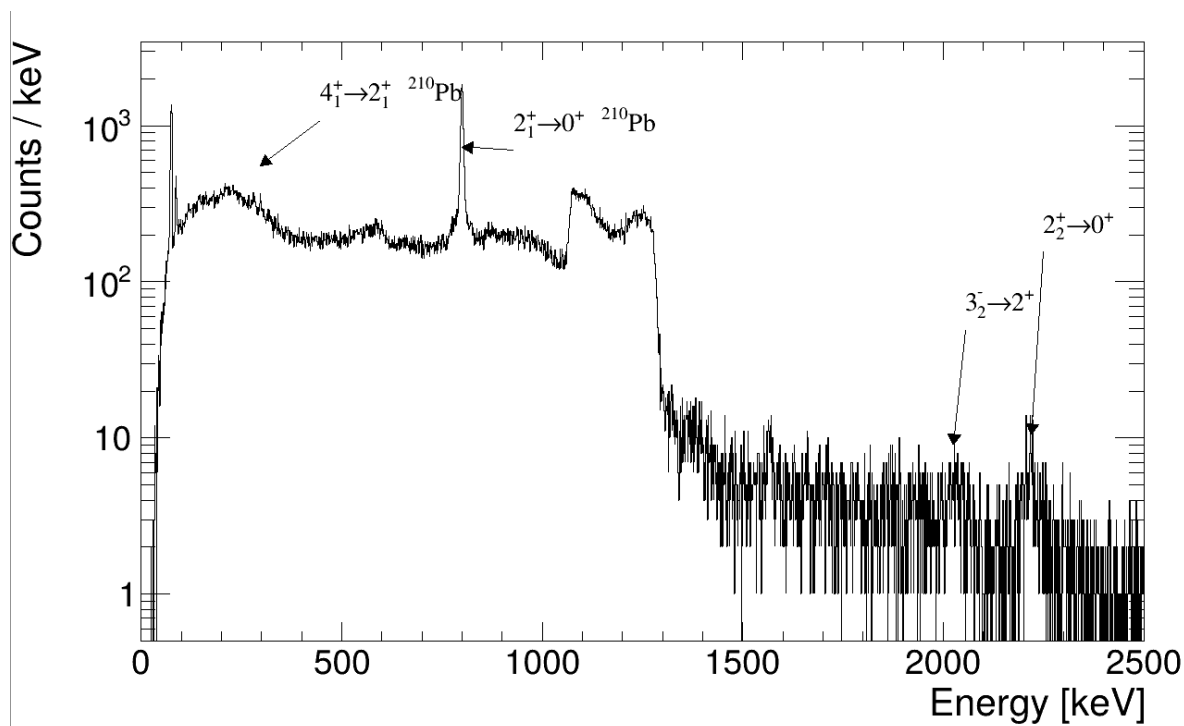


Фигура 4.7: Сравнение между гама спектъра преди и след прилагане на селекционните критерии.

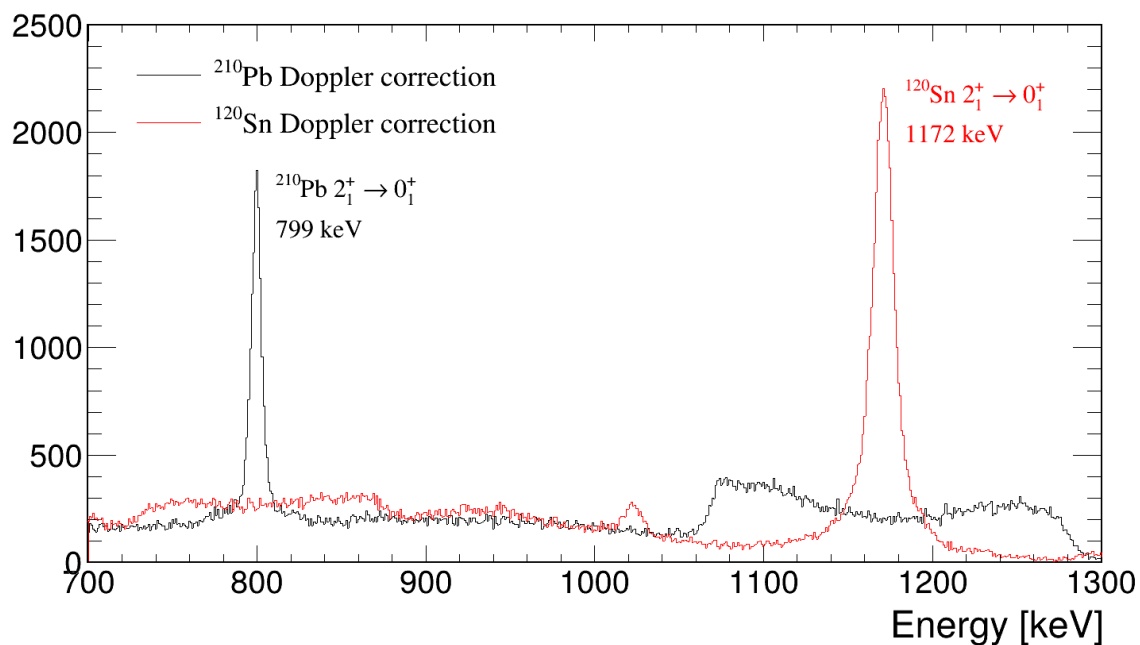
4.4 Доплерова корекция на експерименталните гама спектри

Последната стъпка преди получаването на окончателните γ -спектри е прилагането на доплерова корекция. Тази корекция е необходима поради движението на излъчващото ядро в момента на разпад и съответно доплеровото изместване на измерените енергии.

Реконструкцията на скоростта на разсеяното ядро се базира на измерената енергия и ъгъл на разсеяната частица, регистрирана в DSSSD детектора. За целта се отчита енергията, депозирана в детектора, като се коригира за загубите на енергия в мъртвия слой на детектора и в мишената след точката на реакцията. По този начин се определя кинематиката на реакцията събитие по събитие и се реконструира векторът на скоростта на разсеяното ядро. Полученият вектор на скоростта се използва за коригиране на енергиите на γ -квантите. Резултатът от прилагането на доплеровата корекция е представен на фигури 4.8 На Фигура 4.9 е илюстриран ефектът от избора на референтна скорост за корекцията: при доплерова корекция за скоростта на мишената пиковите от ^{210}Pb се появяват размазани, докато корекцията за скоростта на снопа ги възстановява като остри и добре дефинирани линии — и обратното важи за преходите в ^{120}Sn .



Фигура 4.8: γ -спектър в съвпадение с частици от снопа, включващ всички наблюдавани нива в ^{210}Pb след доплерова корекция.

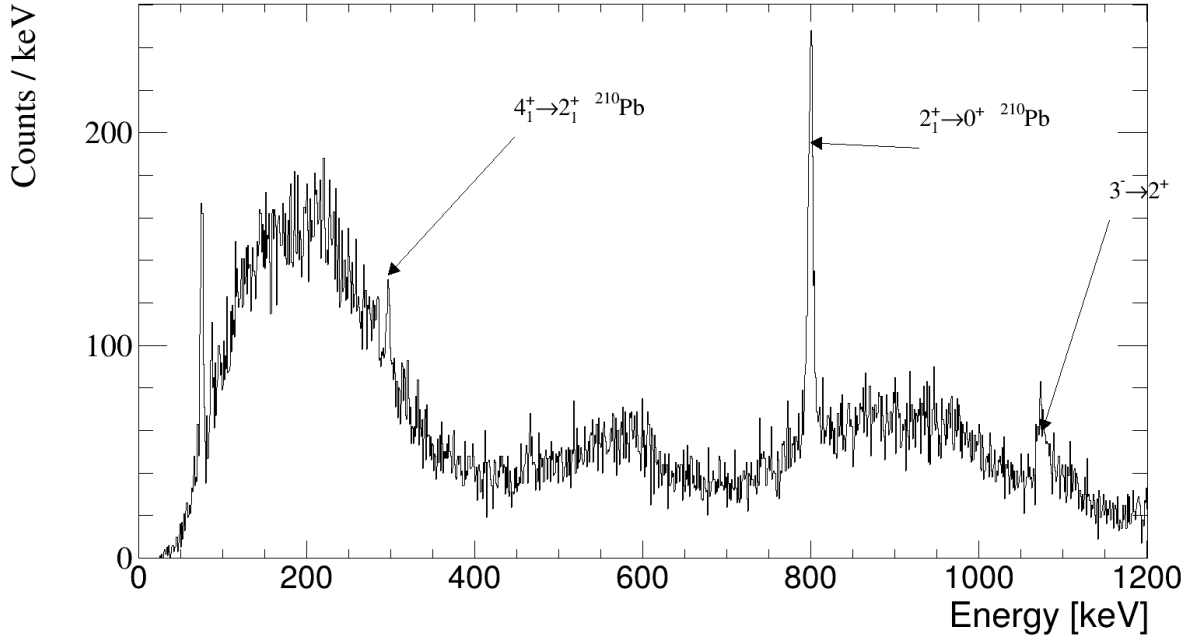


Фигура 4.9: Сравнение на γ -спектрите при различни варианти на доплеровата корекция.

4.5 Определяне на интензивността на прехода $3^- \rightarrow 2^+$

На пръв поглед изброените дотук състояния изглеждат като всички наблюдавани в експеримента. В $p\text{-}\gamma$ спектъра обаче преходът $3_1^- \rightarrow 2_1^+$ не може да бъде надеждно идентифициран, тъй като попада в областта на доплерово-разширената линия от мишената и се припокрива с нея.

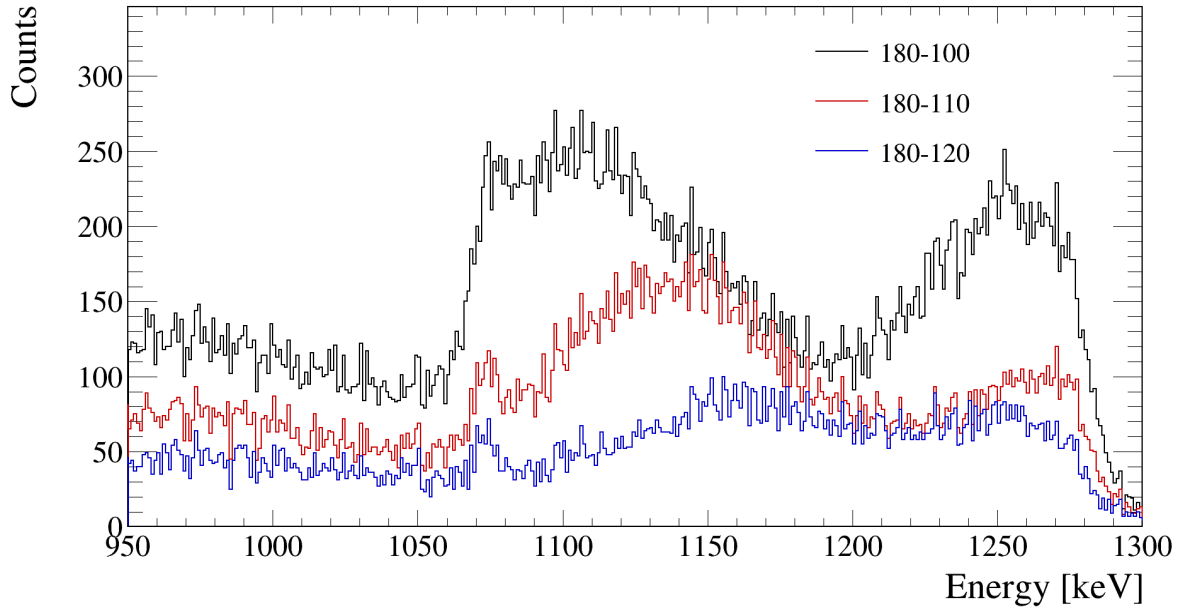
За еднозначното му идентифициране е изградена $\gamma\text{-}\gamma$ матрица, в която всяка едновременно регистрирана двойка γ -кванти се записва като точка с координати, определени от енергиите на двата кванта. Този подход позволява идентифициране на каскадни преходи чрез техните съвпадения, независимо от фоновия принос в едномерния спектър. В матрицата се наблюдава линия в съответния енергиен диапазон, която не се откроява в $p\text{-}\gamma$ анализа. Тя е идентифицирана като прехода $3_1^- \rightarrow 2_1^+$ въз основа на съответствието с известната енергийна стойност и проявяването ѝ в съвпадение с прехода $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$, което е илюстрирано на Фигура 4.10.



Фигура 4.10: Проекция на $\gamma\text{-}\gamma$ матрицата, показваща съвпадението между преходите $3_1^- \rightarrow 2_1^+$ и $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$.

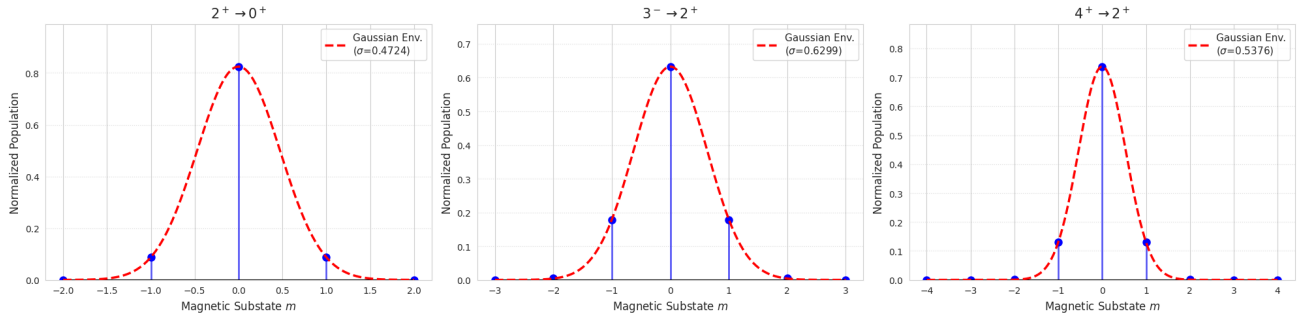
Интензивността на прехода $3_1^- \rightarrow 2_1^+$ не може да бъде определена директно чрез нормировка между $p\text{-}\gamma$ и $\gamma\text{-}\gamma$ спектрите. Поради това е приложен алтернативен подход, основан на ъгловата зависимост на доплеровата корекция за γ -квантите от мишената: тъй като тяхното изместване зависи от ъгъла на наблюдение, преходът може да бъде изолиран в подходящ ъглов интервал на $p\text{-}\gamma$ спектъра. Съответната зависимост е представена на Фигура 4.11.

Въз основа на тази зависимост е избран ъглов диапазон от 120° до 180° , в който преходът $3_1^- \rightarrow 2_1^+$ се наблюдава със статистическа значимост и е добре разделен от фоновия принос на мишената. Получената стойност на отношението на интензивностите $3_1^- \rightarrow 2_1^+$ към $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ възлиза на 7(1) %.



Фигура 4.11: Ъглова зависимост на доплеровата корекция, използвана за определяне на оптималния ъглов интервал за изолиране на прехода $3_1^- \rightarrow 2_1^+$.

Този резултат не е коригиран за ефектите от ъгловото разпределение на γ -лъчението, описани в секция 2.4, като параметърът σ , характеризиращ ширината на разпределението на магнитните поднива, е определен от експерименталните условия, и фитовете са показани на Фигура 4.12.



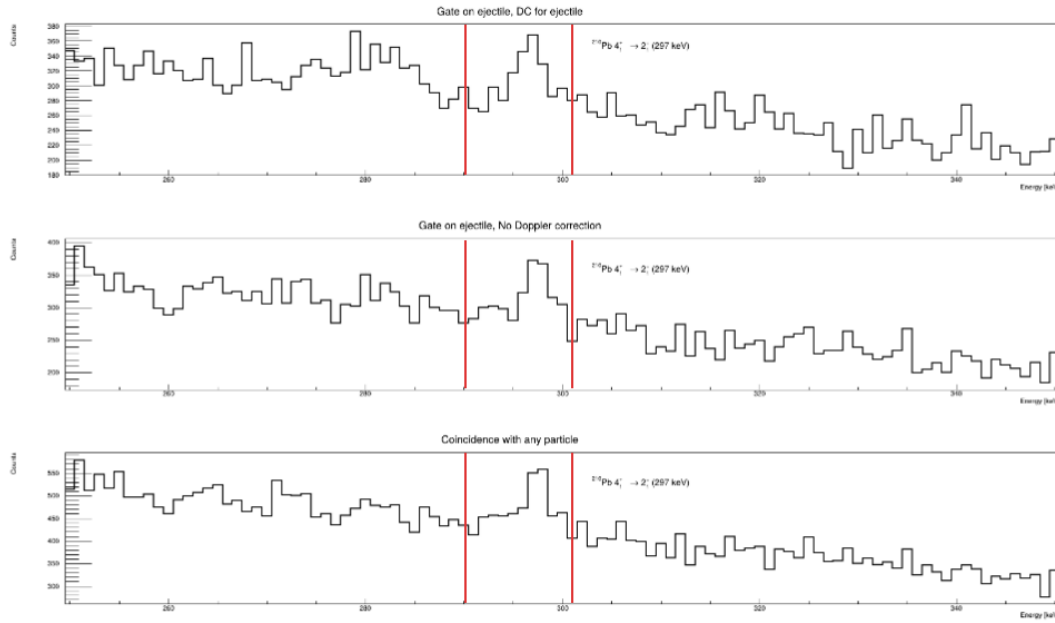
Фигура 4.12: Изчислени заселвания на магнитните подсъстояния, използвани за корекция на ъгловото разпределение за всички значими преходи.

След прилагане на корекцията за ъгловото разпределение окончателното отношение на интензивностите между преходите $3_1^- \rightarrow 2_1^+$ и $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ възлиза на 10,8(1,5) %.

4.6 Определяне на интензивността на прехода $4^+ \rightarrow 2^+$

Поради невъзможността да се определи еднозначно дали разпадът на състоянието 4_1^+ се извършва по време на полета или след достигане на детектора за

частици, съответната γ -линия се наблюдава като доплерово уширена и частично изместена. Това възпрепятства директното определяне на интензивността чрез стандартно апроксимиране на пика, което е илюстрирано на Фигура 4.13.

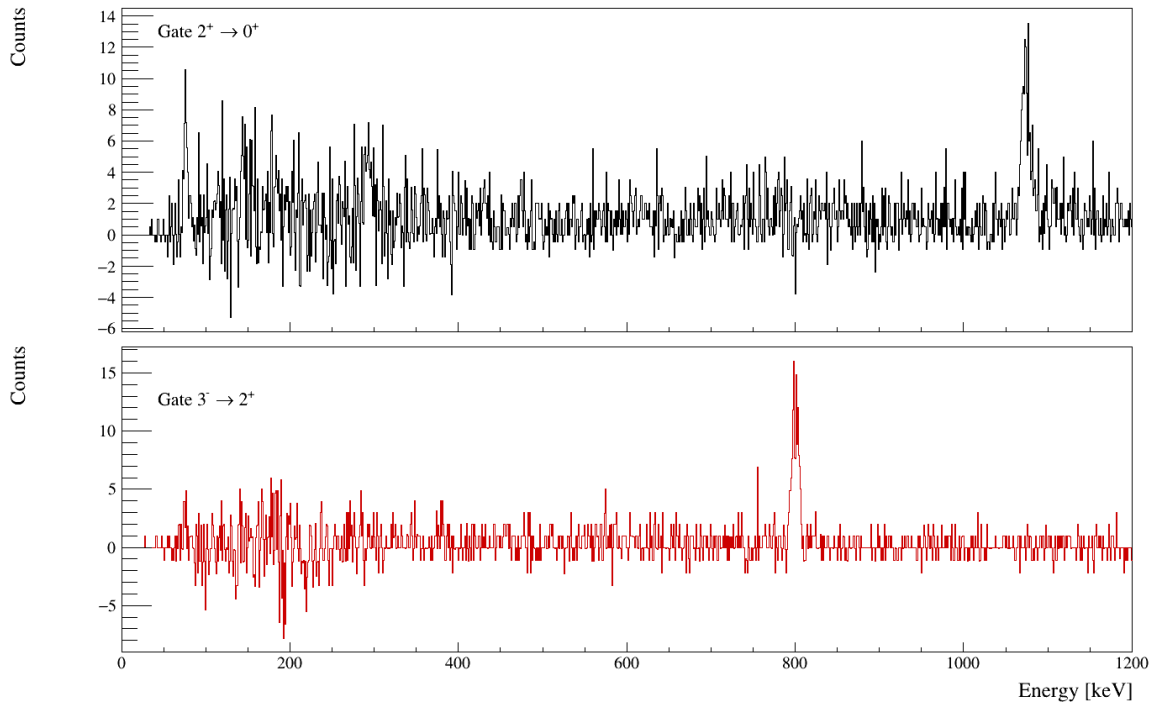


Фигура 4.13: Форма на линията на прехода $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ при различни варианти на съвпадение и доплерова корекция. С червени линии е означен избраният регион за интегриране.

Поради това интензивността на прехода е определена чрез интегриране на броя събития в енергиен интервал, в който приносът от фона е минимален и сигналът от $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ се наблюдава най-ясно. Валидността на подхода беше проверена чрез сравнение на отношението на интегралната интензивност на прехода $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ към тази на $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ при различни варианти на спектралната селекция, включително в различни ъглови интервали с изследване на функцията на ъгловото разпределение. Установено е, че това отношение остава стабилно в рамките на статистическата неопределеност и възлиза на 2,20(25) % от интензивността на прехода $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$.

4.7 Изследване на влиянието на рентгеновите лъчи

При поставяне на прозорец на съвпадение върху прехода $2^+ \rightarrow 0^+$ в проекцията на γ - γ матрицата се наблюдава сигнал в съвпадение с рентгеновите линии на ^{210}Pb , който може да произхожда както от вътрешна конверсия, така и от случайни съвпадения с атомни процеси. За установяване на неговия произход е приложена сравнителна процедура, при която преходът $3_1^- \rightarrow 2_1^+$ служи като референтен канал — при него не се очаква принос от вътрешна конверсия в областта на наблюдаваните рентгенови линии, което го прави подходящ за оценка на нивото на случайните съвпадения. Резултатите са илюстрирани на Фигура 4.14 и обобщени в Таблица 4.1.



Фигура 4.14: Проекция на $\gamma\text{--}\gamma$ матрицата в областта на рентгеновите линии на ^{210}Pb при поставен прозорец върху преходите $2^+ \rightarrow 0^+$ и $3^- \rightarrow 2^+$.

Gate	$N_{\gamma\gamma}$	N_x	$N_x/N_{\gamma\gamma}$ (%)
$2^+ \rightarrow 0^+$	1530(50)	40(12)	2.6(8)
$3^- \rightarrow 2^+$	360(40)	18(4)	5.0(12)

Таблица 4.1: Брой събития в $\gamma\text{--}\gamma$ съвпадение и в областта на рентгеновите линии за преходите $2^+ \rightarrow 0^+$ и $3^- \rightarrow 2^+$.

Както се вижда от таблица 4.1, отношението $N_x/N_{\gamma\gamma}$ за прехода $3^- \rightarrow 2^+$ е по-голямо от наблюдаваното при прехода $2^+ \rightarrow 0^+$. Това показва, че наблюдаваният сигнал в областта на рентгеновите линии при прехода $2^+ \rightarrow 0^+$ е съвместим със случайни съвпадения и не предоставя убедително доказателство за наличие на корелиран процес на вътрешна конверсия от ненаблюдавано ниво.

4.8 Интензитети и схема на нивата

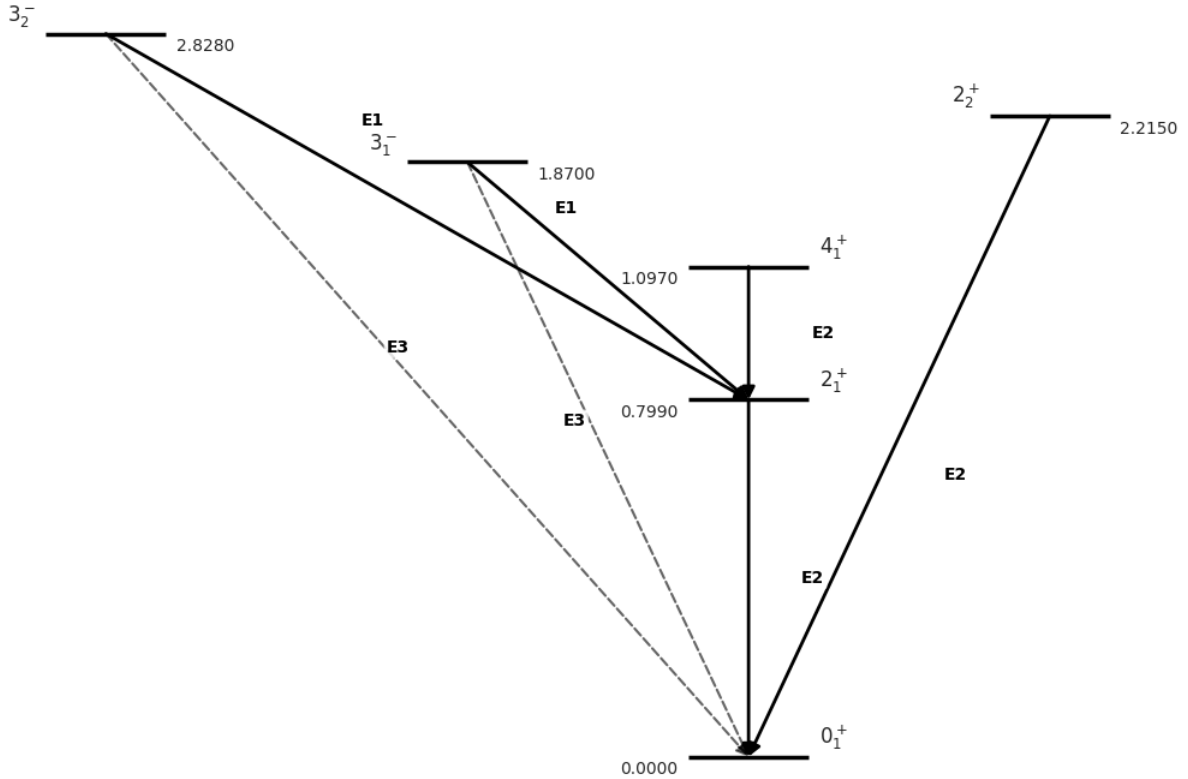
След всичко изложено до този момент, могат да бъдат определени крайните интензивности на наблюдаваните преходи. Получените резултати са обобщени в таблица 4.2.

Построена е и окончателната схема на възбудените състояния, заселения в настоящия експеримент показана на Фигура 4.15.

Преходите с мултиполност Е3 са изобразени с прекъснати линии, тъй като вероятността за γ -излъчване намалява с нарастването на мултиполността и Е3 разпадът е малко вероятен в сравнение с конкурентния Е1 преход към 2_1^+ . Въпреки това

Таблица 4.2: Интензивности на наблюдаваните γ -преходи в ^{210}Pb .

J_i^π	J_f^π	E_γ (MeV)	Counts	Intensity	%
2_1^+	0_1^+	0.7990	11860(130)	8721(96)	100
4_1^+	2_1^+	0.298	440(50)	192(22)	2.20(25)
3_1^-	2_1^+	1.0750	—	939(135)	10.77(1.54)
2_2^+	0_1^+	2.215	125(16)	232(30)	2.66(35)
3_2^-	2_1^+	2.0290	81(14)	133(23)	1.53(26)

Фигура 4.15: Окончателна схема на ядрените нива в ^{210}Pb , получена от наблюдаваните γ -преходи.

именно E3 каналът доминира при кулоновото възбуждане на 3^- състоянията, тъй като нисколежащите E1 матрични елементи са силно подтиснати в близост до ^{208}Pb вследствие на изчерпването на E1 силата от гигантския диполен резонанс. Резултатът е, че 3^- нивата се възбуждат ефективно чрез E3 кулоново възбуждане, но се разпадат доминантно по E1 канала и съответният E3 γ -преход остава ненаблюдаем в експеримента.

5 | Заключение

В настоящата дипломна работа беше представен експеримент посветен на изследване на нисколежащите възбудени състояния ^{210}Pb чрез безопасно кулоново възбуждане, проведен в ISOLDE, CERN, с използване на детекторната система MINIBALL.

В теоретичната част бяха разгледани основите на ядрения слоест модел и сензорити схемата. Бяха описани принципите на кулоновото възбуждане и двучастичната кинематика, както и влиянието на доплеровия ефект върху регистрираните γ -кванти. Беше представен комплексът ISOLDE, и детекторната установка MINIBALL. Бяха разгледани процедурите по калибровка на детекторната система по енергия и ефективност, както и калибровката на детектора за частици. Бяха приложени селекции на събитията и извършена доплерова корекция на експерименталните γ -спектри. Бяха определени интензитетите на всички наблюдавани γ -преходи, като за $3_1^- \rightarrow 2_1^+$ и $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ беше приложен допълнителен анализ, тъй като определянето на интензитетите им не беше възможно чрез стандартните методи. Получените резултати позволяват последващо извличане на квадруполните вероятности за преход $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ и $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$, както и квадруполният момент $Q(2_1^+)$. Работата създава основа за по-нататъшен детайлен анализ на структурата на ^{210}Pb и за сравнение с теоретичните предсказания на слоестия модел.

Библиография

- [1] Maria Goeppert Mayer. “On Closed Shells in Nuclei. II”. B: *Physical Review* 75.12 (1949), с. 1969—1970. DOI: 10.1103/PhysRev.75.1969.
- [2] Otto Haxel, J. Hans D. Jensen и Hans E. Suess. “On the "Magic Numbers" in Nuclear Structure”. B: *Phys. Rev.* 75 (11 1949), с. 1766. DOI: 10.1103/PhysRev.75.1766.2. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.75.1766.2>.
- [3] Amos De-Shalit и Igal Talmi. *Nuclear shell theory*. Т. 14. Academic Press, 2013.
- [4] Kris LG Heyde и Kris LG Heyde. *The nuclear shell model*. Springer, 1994.
- [5] Rick Casten. *Nuclear structure from a simple perspective*. Т. 23. Oxford university press, 2000.
- [6] Giulio Racah. “Theory of complex spectra. III”. B: *Physical Review* 63.9-10 (1943), с. 367.
- [7] I Talmi. “GENERALIZED SENIORITY AND STRUCTURE OF SEMI-MAGIC NUCLEI.” B: *Nucl. Phys. A172: No. 1, 1-24(1971)*. (ян. 1971). DOI: 10.1016/0375-9474(71)90112-6. URL: <https://www.osti.gov/biblio/4710076>.
- [8] R.D. Lawson. *Theory of the nuclear shell model*. Clarendon Press., дек. 2024.
- [9] Igal Talmi. *Simple models of complex nuclei*. Routledge, 2017.
- [10] Bhoomika Maheshwari и Kosuke Nomura. “Overview of Seniority Isomers”. B: *Symmetry* 14.12 (2022), с. 2680.
- [11] E. K. Warburton и B. A. Brown. “Appraisal of the Kuo-Herling shell-model interaction and application to A=210–212 nuclei”. B: *Phys. Rev. C* 43 (2 1991), с. 602—617. DOI: 10.1103/PhysRevC.43.602. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.43.602>.
- [12] C. Ellegaard и др. “Inelastic scattering of tritons and protons from 210Pb”. B: *Nuclear Physics A* 162.1 (1971), с. 1—11. ISSN: 0375-9474. DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(71\)90481-7](https://doi.org/10.1016/0375-9474(71)90481-7). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375947471904817>.
- [13] Douglas Cline. “Nuclear shapes studied by Coulomb excitation”. B: *Nuclear Structure 1985*. Elsevier, 1985, с. 313—326.
- [14] K. Alder и A. Winther. “Theory of Coulomb Excitation”. B: *Phys. Rev.* 96 (1 1954), с. 237—238. DOI: 10.1103/PhysRev.96.237. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.96.237>.

- [15] U. Fano. “Description of States in Quantum Mechanics by Density Matrix and Operator Techniques”. В: *Rev. Mod. Phys.* 29 (1 1957), с. 74–93. DOI: 10.1103/RevModPhys.29.74. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.29.74>.
- [16] K S Krane, R M Steffen и R M Wheeler. “Directional correlations of gamma radiations emitted from nuclear states oriented by nuclear reactions or cryogenic methods”. В: *Nucl. Data, Sect. A, v. 11, no. 5, pp. 351-406* (апр. 1973). ISSN: ISSN NDSAA. DOI: 10.1016/S0092-640X(73)80016-6. URL: <https://www.osti.gov/biblio/4475782>.
- [17] ISOLDE Facility. *ISOLDE Facility*. <https://isolde.cern/isolde-facility>.
- [18] RILIS. *RILIS Training*. <https://rilis-web.web.cern.ch/training>.
- [19] EBIS. *EBIS Documentation*. <https://cds.cern.ch/record/478399/files/open-2000-320.pdf>.
- [20] HIE-ISOLDE Project. *HIE-ISOLDE Project*. <https://hie-isolde-project.web.cern.ch/hie-isolde-project/>.
- [21] N Warr и др. “The miniball spectrometer”. В: *The European Physical Journal A* 49 (2013), с. 1–32.
- [22] L. P. Gaffney. *KINSIM*. 2018. URL: <https://github.com/lpgaff/kinsim>.
- [23] J. F. Ziegler, M. D. Ziegler и J. P. Biersack. “SRIM – The stopping and range of ions in matter”. В: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B* 268.11–12 (2010), с. 1818–1823. DOI: 10.1016/j.nimb.2010.02.091.
- [24] Maria Goeppert Mayer. “Nuclear configurations in the spin-orbit coupling model. i. empirical evidence”. В: *Physical Review* 78.1 (1950), с. 16.
- [25] AK Kerman, RD Lawson и MH Macfarlane. “Accuracy of the superconductivity approximation for pairing forces in nuclei”. В: *Physical Review* 124.1 (1961), с. 162.